

Государство Израиль
Министерство просвещения
 Тип экзамена: на аттестат зрелости
 Время проведения экзамена: зима 2021 года
Номер вопросника: 035581
 Приложение: листы с формулами
 для уровня в 5 единиц обучения
Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל
משרד החינוך
 סוג הבחינה: בגרות
 מועד הבחינה: חורף תשפ"א, 2021
מספר השאלון: 035581
 נספח: דפי נוסחאות
 ל-5 יחידות לימוד
תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

מ ת מ ט י ק ה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

- а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
 В этом вопроснике три раздела, в которых есть восемь вопросов.
 Раздел первый – алгебра и теория вероятности
 Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости
 Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление
 полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций
 и тригонометрических функций
 Вы должны ответить на пять вопросов по выбору –
 $5 \times 20 = 100$ баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
 תביט טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
 ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
 בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
 פרק ראשון – אלגברה והסתברות
 פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
 של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות
 רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
 עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך –
 $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на пять из вопросов 1-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности

1. Два курьера, Эяль и Барак, выехали в 8:00 навстречу друг другу, чтобы доставить посылку.

Эяль выехал из города А, а Барак выехал из города В. После того как Эяль проехал $\frac{1}{6}$ пути в направлении города В, он обнаружил, что забыл посылку в городе А. Он вернулся в город А, взял посылку и немедленно снова отправился в город В. Эяль всю дорогу ехал с постоянной скоростью.

Барак также ехал с постоянной скоростью, которая была на 20% выше скорости, с которой ехал Эяль.

Барак и Эяль встретились в точке, которая расположена в 75 км от города А.

(*) Найдите расстояние между двумя городами.

Эяль и Барак ехали по междугородному шоссе, на котором разрешена скорость движения от 50 км/ч до 110 км/ч. И Эяль, и Барак ехали с разрешенной скоростью.

(2) (1) Возможно ли, что Эяль и Барак встретились в 9:40? Обоснуйте свой ответ.

(2) (2) Возможно ли, что Эяль и Барак встретились в 10:00? Обоснуйте свой ответ.

2. a_n – бесконечная геометрическая прогрессия, знаменатель которой равен q .

Дано: $0 < a_1$, $0 < q < 1$.

b_n – возрастающая бесконечная геометрическая прогрессия, знаменатель которой равен r .

Дано: $b_1 = a_6$.

Последовательность c_n определена следующим образом: $c_n = \frac{a_{n+5}}{b_n}$.

(*) Объясните, почему все члены прогрессий a_n , b_n и c_n – положительные.

(2) Докажите, что c_n – геометрическая прогрессия, и найдите c_1 .

(1) Объясните, почему знаменатель прогрессии c_n больше 0 и меньше 1.

(2) Дано: сумма прогрессии c_n равна $\frac{6}{5}$, $\frac{b_2}{a_8} = 18$.

Найдите q и r .

3. Вероятность того, что у ребенка, который родится в семье Леви, будут вьющиеся волосы, равна x .

Вероятность того, что у ребенка, который родится в семье Леви, будут карие глаза, равна $2x$.

Вероятность того, что у ребенка, который родится в семье Леви, будут карие глаза, если известно, что у него вьющиеся волосы, в 1.5 раза меньше, чем вероятность того, что у него не будет вьющихся волос, если известно, что у него карие глаза.

Йонатан – один из детей в семье Леви.

(*) (1) Покажите, что вероятность того, что у Йонатана карие глаза и вьющиеся волосы, равна $\frac{1}{2}x$.

(2) Найдите вероятность того, что у Йонатана вьющиеся волосы, если известно, что у него карие глаза.

(2) (1) Выразите при помощи x вероятность того, что у Йонатана не вьющиеся волосы и не карие глаза.

(2) Дано: $x = 0.2$.

В семье Леви родилось в точности четверо детей.

Какова вероятность того, что по меньшей мере у трех из четверых детей семьи Леви будут вьющиеся волосы и карие глаза?

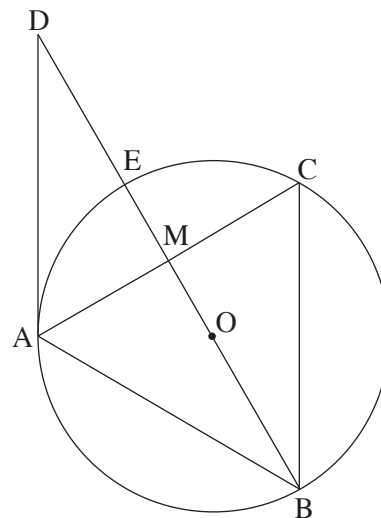
Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Прямая AD касается окружности в точке A .

Точка B – такая точка на этой окружности, что отрезок BD проходит через центр окружности, O , и пересекает эту окружность еще в одной точке, E .

Точка C – такая точка на этой окружности, что $BC \parallel AD$.

Прямые BD и AC пересекают друг друга в точке M (смотрите чертеж).



(8) Докажите: $AB = AC$.

Дано: AE – биссектриса угла MAD .

(2) Докажите: $BM \perp AC$.

(3) Докажите, что длина отрезка AE равна радиусу этой окружности.

(7) Докажите, что ABCD – ромб.

5. ABC – тупоугольный треугольник ($\angle BAC > 90^\circ$).

Дано: $AB + AC = 4a$ (a – параметр).

$AB : AC = 3 : 5$,

площадь треугольника ABC равна $\frac{15\sqrt{3}}{16}a^2$.

(8) (1) Вычислите величину угла BAC .

(2) Вычислите величины углов ABC и ACB .

В окружность, описанную вокруг треугольника ABC , можно вписать правильный пятиугольник, площадь которого равна 100 .

(2) Вычислите a .

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, функций, содержащих корни, рациональных и тригонометрических функций

6. Дана функция $f(x) = 6x(x^3 - 1)^3$, определенная для любого x .

Ответьте на вопросы пунктов (н)-(з). При необходимости оставьте в своем ответе две цифры после десятичного знака.

- (н) (1) Каковы координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат?
- (2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип (если таковые существуют).
- (3) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (4) При каких значениях k прямая $y = k$ является касательной к графику функции $f(x)$?

(з) Дано уравнение $6x(x^3 - 1)^3 = m$. m – параметр.

С помощью графика функции $f(x)$ определите, при каких значениях m данное уравнение имеет в точности два различных положительных решения, а при каких значениях m у него есть одно отрицательное и одно положительное решение. Обоснуйте свой ответ.

- (з) При помощи чертежа определите, существует ли $a > 0$, для которого интеграл $\int_0^a f(x) dx$ принимает минимальное значение. Если да, то каково значение этого a ? Обоснуйте свой ответ.

7. Дана функция $f(x) = 2 \sin^2 x - 1$, определенная для любого x .

Ответьте на вопросы пунктов (к)-(г) для области $-\pi \leq x \leq \pi$.

- (к) (1) Покажите, что функция $f(x)$ – четная функция.
(2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
(3) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

Дана функция $g(x) = \frac{\cos 2x(1 - \sin x)}{\sin x - 1}$.

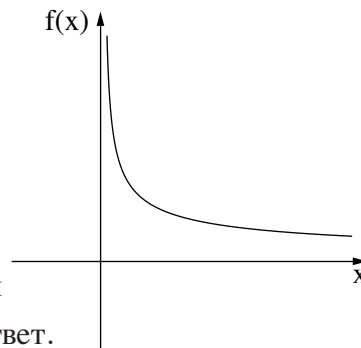
- (г) (1) Какова область определения функции $g(x)$?
(2) При каких значениях x $f(x) = g(x)$? Обоснуйте свой ответ.
(3) Есть ли у функции $g(x)$ вертикальные асимптоты? Обоснуйте свой ответ.
(4) Начертите схематический график функции $g(x)$.

(а) Дана функция $h(x) = -f(x) + b$ (b – параметр), область определения которой идентична области определения функции $f(x)$.

Дано: $\int_{-\pi}^0 h(x) dx = \frac{3\pi}{2}$. Найдите значение параметра b .

8. На чертеже справа изображен график функции $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$, область определения которой $x > 0$.

Из всех точек, расположенных на графике функции $f(x)$, точка A наиболее близка к точке начала координат, O .



- (к) (1) Найдите координаты точки A .
(2) Перпендикулярна ли прямая AO прямой, касательной к графику функции $f(x)$ в точке A ? Обоснуйте свой ответ.

Дана функция $g(x) = -f(-x)$, определенная в области $x < 0$.

Ответьте на вопрос пункта (г) для области $-4 \leq x \leq -1$.

- (г) (1) Из всех точек, которые расположены на графике функции $g(x)$ в данной области, каковы координаты точки, наиболее близкой к точке начала координат?
(2) Найдите координаты точки, которая из всех точек, расположенных на графике функции $g(x)$ в данной области, находится дальше всего от точки начала координат.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.