

Государство Израиль
 Министерство просвещения
 Тип экзамена: на аттестат зрелости
 Время проведения экзамена: зима 2021 года
 Номер вопросника: 035481
 Приложение: листы с формулами
 для уровня в 4 единицы обучения
 Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 סוג הבחינה: בגרות
 מועד הבחינה: חורף תשפ"א, 2021
 מספר השאלון: 035481
 נספח: דפי נוסחאות
 ל-4 יחידות לימוד
 תרגום לרוסית (5)

Математика первый вопросник – 4 единицы обучения

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

- а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
 в этом вопроснике три раздела, в которых есть восемь вопросов.
 Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности
 Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости
 Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня
 Вы должны ответить на пять вопросов по выбору –
 $5 \times 20 = 100$ баллов

- в. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 2. Листы с формулами (прилагаются).
 3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
 תיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
 בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
 פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
 של פולינומים, של פונקציות רציונליות
 ושל פונקציות שורש
 עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך –
 $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на пять из вопросов 1-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

1. Расстояние между городом $\aleph$ и городом $\beth$ равно 54 км.

Две велосипедистки, Дана и Ила, одновременно выехали навстречу друг другу.

Дана выехала из города $\aleph$ и ехала в направлении города $\beth$, а Ила выехала из города $\beth$ и ехала в направлении города $\aleph$. Каждая из них ехала с постоянной скоростью.

Через час после того, как Дана и Ила отправились в путь, они встретились. После встречи Ила продолжила ехать в направлении города $\aleph$ с той же скоростью, с которой она ехала ранее, а Дана остановилась на полтора часа, а затем продолжила ехать в направлении города $\beth$ с той же скоростью, с которой она ехала ранее.

Дана приехала в город $\beth$ в точности в то же время, что Ила приехала в город $\aleph$.

- ($\aleph$) Найдите скорость, с которой ехала Дана, и скорость, с которой ехала Ила.
($\beth$) Каково отношение расстояния, которое проехала Дана с момента встречи и до прибытия в город $\beth$, к расстоянию, которое проехала Ила с момента встречи и до прибытия в города $\aleph$?

2. Точка $A(1, 8)$ располагается на окружности с центром $M(3, 5)$.

($\aleph$) Найдите уравнение этой окружности.

Через точку A провели касательную к этой окружности (смотрите чертеж).

($\beth$) Найдите уравнение этой касательной.

Точка B располагается на данной окружности.

Ее координата y равна 2, а ее координата x больше, чем 3.

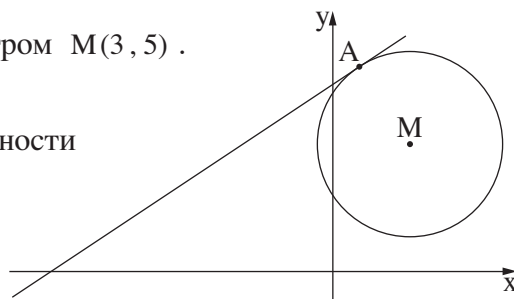
($\aleph$) (1) Найдите координату x точки B .

(2) Является ли AB диаметром этой окружности? Обоснуйте свой ответ.

Из точки B провели прямую, параллельную оси x и пересекающую данную касательную в точке C .

Точка E является центром окружности, описанной вокруг треугольника CAB .

($\beth$) Вычислите площадь треугольника EAC .



3. Менахем сдает тест на вождение, чтобы получить водительские права.

Вероятность того, что Менахем не сдаст один тест, является постоянной и в 4 раза больше вероятности того, что он сдаст его.

(א) Какова вероятность того, что Менахем сдаст один тест?

Каждый раз, когда Менахем не сдает тест, он участвует в новом тесте, пока ему не удастся сдать тест на вождение. Известно, что Менахем получил водительские права.

(ב) (1) Какова вероятность того, что Менахем сдавал не более двух тестов?

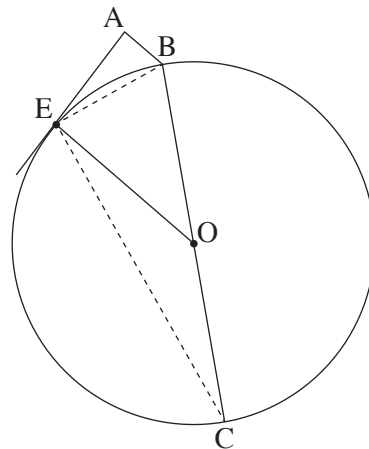
(2) Какова вероятность того, что Менахем сдавал второй тест, если известно, что он сдавал не более двух тестов?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. BC – диаметр окружности с центром O .

Через точку E , расположенную на окружности, провели касательную к этой окружности.

Точка A – такая точка на этой касательной, что $AB \parallel EO$ (смотрите чертеж).



(א) Докажите: $\angle EAB = 90^\circ$.

(ב) Докажите: $\triangle EAB \sim \triangle CEB$.

(ג) Докажите: $EB^2 = AB \cdot CB$.

Дано: $\frac{CB}{EB} = 3$.

(ד) Вычислите отношение площади треугольника EBO

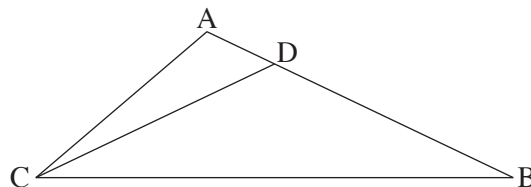
к площади треугольника EAB $\left(\frac{S_{\triangle EBO}}{S_{\triangle EAB}} \right)$.

5. Точка D – такая точка на стороне AB в треугольнике ABC ,

что $AD = \frac{1}{3}AC$ (смотрите чертеж).

Дано: $\angle ACD = 15^\circ$,

угол ADC – острый угол.



(א) Вычислите величину угла ADC .

Дано, что CDB – равнобедренный треугольник ($CD = DB$) и его площадь равна 40 .

(ב) Вычислите длину отрезка AD .

Точка P – середина отрезка CD .

(ג) Вычислите длину отрезка PB .

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

6. Дана функция $f(x) = \frac{bx^2}{x^2 - 4x + 3}$, b – параметр.

У функции $f(x)$ есть горизонтальная асимптота, уравнение которой $y = 2$.

(א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Каково значение параметра b ?

Подставьте найденное вами значение b и ответьте на вопросы пунктов (ב)-(ג).

(ב) (1) Найдите уравнения вертикальных асимптот функции $f(x)$.

(2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).

(3) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(ג) Начертите схематический график функции $f(x)$.

7. На чертеже справа изображен график функции $f(x) = \frac{6}{x}$,
 определенной для любого $x \neq 0$.

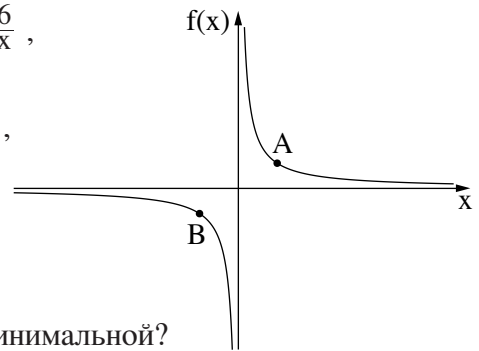
Точки А и В располагаются на графике функции $f(x)$,
 как показано на чертеже.

$x_A = t$ и $x_B = -t$.

(*) Выразите AB^2 при помощи t .

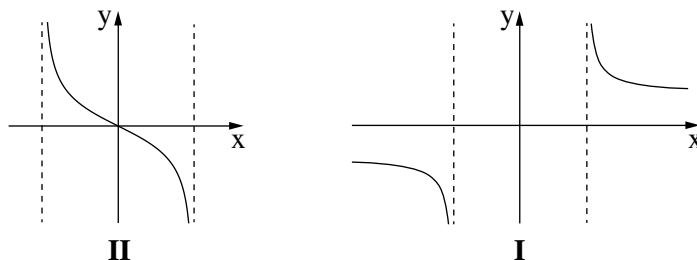
(б) (1) При каком значении t величина AB^2 будет минимальной?

(2) Основываясь на пункте (б)-(1), определите, при каком значении t длина
 отрезка АВ будет минимальной. Обоснуйте свой ответ.



8. Ниже приведены два графика, I и II. Эти графики описывают производные разных
 функций. График I не пересекает оси координат; единственной точкой пересечения
 графика II с осями координат является точка $(0, 0)$.

У каждого из двух данных графиков есть вертикальные асимптоты, уравнения которых
 $x = \pm 2$.



(*) С помощью графиков I и II для каждого из них найдите области возрастания и
 убывания функции, производную которой он описывает.

Даны две функции: $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$. Каждый из графиков I и II
 описывает функцию производной одной из этих функций.

(б) (1) Найдите область определения каждой из функций $f(x)$ и $g(x)$.

(2) Какая из функций, $f'(x)$ и $g'(x)$, соответствует графику I, а какая – графику II?
 Обоснуйте свой ответ.

Ответьте на вопрос пункта (б) для каждой из функций $f(x)$ и $g(x)$.

(г) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции с осями координат.

(2) Начертите схематический график функции.

Желаем успеха!

בהצלחה!