

Mathématiques

4 unités d'étude – premier questionnaire

Instructions au candidat

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties constituées de huit questions.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

Répondez à cinq questions au choix — $5 \times 20 = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך — $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Répondez à cinq des questions 1-8 (20 points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de cinq questions, seules les cinq premières réponses de votre copie seront corrigées.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. La distance séparant la ville α de la ville β est de 54 km.

Deux cyclistes, Dana et Hila, ont commencé à rouler l'une vers l'autre.

Dana est partie de la ville α et a roulé vers la ville β , tandis que Hila est partie de la ville β et a roulé vers la ville α . Chacune d'elle a roulé à vitesse constante.

Dana et Hila se sont rencontrées une heure après qu'elle ont commencé à rouler. Après la rencontre, Hila a poursuivi son trajet vers la ville α à la même vitesse à laquelle elle roulait auparavant, tandis que Dana s'est arrêtée durant une heure et demi puis a poursuivi son trajet vers la ville β à la même vitesse à laquelle elle roulait auparavant.

Dana a atteint la ville β exactement au même moment auquel Hila a atteint la ville α .

- α . Déterminez la vitesse à laquelle Dana a roulé ainsi que la vitesse à laquelle Hila a roulé.
- β . Quel est le rapport entre la distance que Dana a parcouru depuis l'instant de la rencontre et jusqu'à qu'elle atteigne la ville β et la distance que Hila a parcouru depuis l'instant de la rencontre et jusqu'à ce qu'elle atteigne la ville α ?

2. Le point $A(1, 8)$ se trouve sur un cercle de centre $M(3, 5)$.

א. Déterminez l'équation de ce cercle.

On a tracé une tangente au cercle passant par le point A (voir figure).

ב. Déterminez l'équation de cette tangente.

Le point B se trouve sur le cercle.

Son ordonnée est 2 et son abscisse est supérieure à 3.

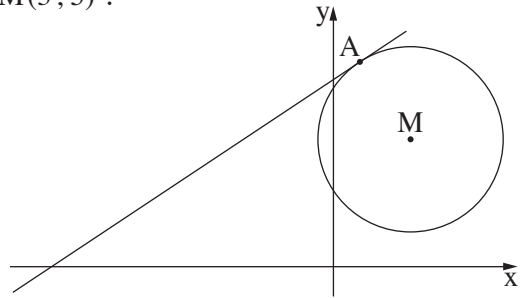
א. (1) Déterminez l'abscisse du point B .

(2) AB est-il un diamètre du cercle ? Justifiez.

À partir du point B on a tracé une droite parallèle à l'axe des abscisses et qui coupe la tangente en un point C .

Le point E est le centre du cercle dans lequel est inscrit le triangle CAB .

ג. Calculez l'aire du triangle EAC .



3. Menah'em s'est présenté à l'examen de conduite afin d'obtenir le permis de conduire.

La probabilité que Menah'em ne réussisse pas un examen de conduite est fixe, et est 4 fois plus élevée que la probabilité qu'il le réussisse.

א. Quelle est la probabilité que Menah'em réussisse un examen de conduite ?

À chaque fois que Menah'em ne réussit pas un examen de conduite, il se présente à un nouvel examen, jusqu'à ce qu'il réussisse l'examen de conduite. On sait que Menah'em a obtenu le permis de conduire.

ב. (1) Quelle est la probabilité que Menah'em se soit présenté tout au plus à deux examens ?

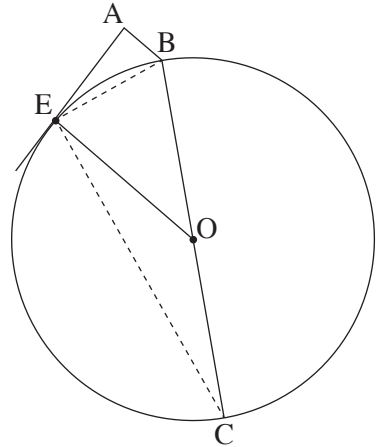
(2) Quelle est la probabilité que Menah'em se soit présenté à un deuxième examen, si l'on sait qu'il s'est présenté tout au plus à deux examens ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

4. BC est un diamètre d'un cercle de centre O .

On a tracé une tangente au cercle passant par un point E situé sur le cercle.

Le point A est un point situé sur cette tangente tel que $AB \parallel EO$ (voir figure).



- א. Démontrez que $\angle EAB = 90^\circ$.
- ב. Démontrez que $\triangle EAB \sim \triangle CEB$.
- ג. Démontrez que $EB^2 = AB \cdot CB$.

Donnée : $\frac{CB}{EB} = 3$.

- ד. Calculez le rapport entre l'aire du triangle EBO et l'aire du triangle EAB $\left(\frac{S_{\triangle EBO}}{S_{\triangle EAB}} \right)$.

5. Le point D se trouve sur le côté AB d'un triangle ABC de sorte que $AD = \frac{1}{3}AC$ (voir figure).

Données : $\angle ACD = 15^\circ$,

l'angle ADC est un angle aigu.

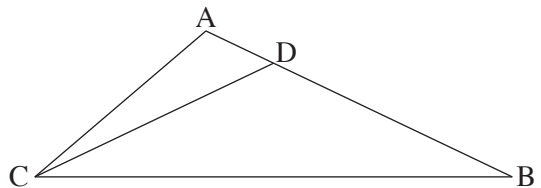
- א. Calculez la mesure de l'angle ADC .

Il est donné que CDB est un triangle isocèle ($CD = DB$) dont l'aire vaut 40 .

- ב. Calculez la longueur du segment AD .

Le point P est le milieu du segment CD .

- ג. Calculez la longueur du segment PB .



**Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes,
de fonctions rationnelles et de fonctions racines**

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{bx^2}{x^2 - 4x + 3}$. b est un paramètre.

La fonction $f(x)$ admet une asymptote horizontale d'équation $y = 2$.

א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

(2) Quelle est la valeur du paramètre b ?

Substituez la valeur de b que vous avez déterminée, puis répondez aux articles ג-ב.

ב. (1) Déterminez les équations des asymptotes verticales de la fonction $f(x)$.

(2) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes (s'il en existe).

(3) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

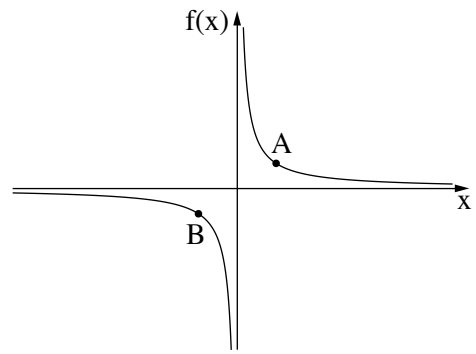
7. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{6}{x}$, définie pour tout $x \neq 0$. Les points A et B se situent sur le graphe de la fonction $f(x)$, tel que cela est décrit dans la figure ci-contre.

$$x_A = t \text{ et } x_B = -t.$$

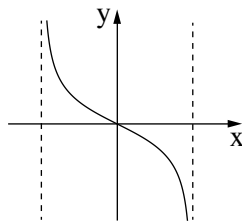
א. Exprimez AB^2 en fonction de t .

ב. (1) Pour quelle valeur de t , la valeur AB^2 est-elle minimale ?

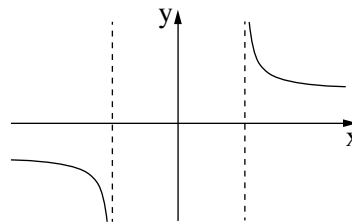
(2) En vous fondant sur le sous-article ב(1), déterminez pour quelle valeur de t la longueur du segment AB est minimale. Justifiez.



8. Voici les représentations de deux graphes, I et II. Chacun de ces graphes représente le graphe de la dérivée d'une fonction différente. Le graphe I ne coupe jamais les axes ; le point $(0, 0)$ est l'unique point d'intersection du graphe II avec les axes. Chacun des deux graphes admet des asymptotes verticales d'équations $x = \pm 2$.



II



I

א. En vous fondant sur les graphes I et II, déterminez pour chacun d'eux les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction dont il représente la dérivée.

Soit deux fonctions $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$. Chacun des graphes I et II représente la fonction dérivée de l'une de ces fonctions.

- ב. (1) Déterminez le domaine de définition de chacune des fonctions $f(x)$ et $g(x)$.
(2) Faites correspondre les fonctions dérivées $f'(x)$ et $g'(x)$ aux graphes I ou II. Justifiez.

Répondez à l'article א pour chacune des fonctions $f(x)$ et $g(x)$.

- א. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction avec les axes.
(2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך