

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2020 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035582

Приложение: листы с формулами

для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תש"ף, 2020, מועד ב

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела.

Раздел первый: аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа —

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ балла}$$

Раздел второй: рост и затухание, степенные функции, показательные и логарифмические функции —

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ балла}$$

$$\text{Всего} - 100 \text{ баллов}$$

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעהיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים —

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

$$\text{סה"כ} - 100 \text{ נקודות}$$

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו

אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או

באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את

כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה

ברורה ומסודרת.

חסור פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון

או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа ($66\frac{2}{3}$ балла)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Прямая $4x - 3y = 0$ касается окружности с центром $(5a, 0)$.

a – положительный параметр.

(א) Выразите при помощи a уравнение этой окружности.

Из точки G , которая находится за пределами окружности, провели прямую, которая касается этой окружности в точке K .

(ב) Выразите при помощи a уравнение геометрического места всех точек G , для которых расстояние GK равно их расстоянию от прямой $x = -3a$, и схематически изобразите его.

Дано: длина самого короткого возможного отрезка GK равна 7.5.

(ג) (1) Каковы координаты точки G , для которой длина отрезка GK равна 7.5?
 Обоснуйте свой ответ.

(2) Найдите значение параметра a . Обоснуйте свой ответ.

2. Даны две прямые: $\ell_1: \underline{x} = (6, 10, -7) + k(3, 5, -4)$

$$\ell_2: \underline{x} = (15, 0, 6) + t(9, 0, 13)$$

и дан вектор $\underline{u} = (6, 0, -8)$.

Точка A располагается на прямой ℓ_1 ,

а точка C располагается на прямой ℓ_2 , так что $\overrightarrow{AC} = \underline{u}$.

(א) Найдите координаты точек A и C .

$SABC$ – пирамида, боковые ребра которой равны [פירמידה ישרה]

и основание которой ABC – прямоугольный треугольник ($\angle ABC = 90^\circ$).

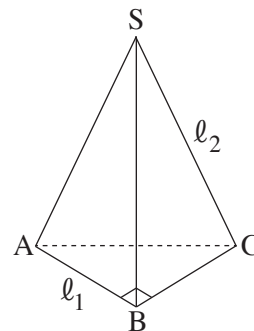
Точка S располагается на прямой ℓ_2 , а точка B располагается на прямой ℓ_1 .

(ב) Найдите координаты точки B .

(ג) Найдите уравнение плоскости ABC .

Из точки C провели перпендикуляр к плоскости ABC .

(ד) Вычислите угол между этим перпендикуляром и прямой ℓ_2 .



3. z – комплексное число.

(א) Решите уравнение $z^5 = 2^5$.

Точки $A_1, A_2, \dots, A_n$ в гауссовой плоскости соответствуют решениям уравнения $z^n = 2^n$ ($n \geq 3$ – натуральное число).

Соединили точки $A_1, A_2, \dots, A_n$ и получили правильный выпуклый многоугольник.

Дано, что площадь полученного многоугольника равна n .

(ב) Найдите n .

Ответьте на вопросы пунктов (ג)-(ד) для значения n , найденного вами в пункте (ב).

$w = a + bi$ – такое решение уравнения $z^n = 2^n$, что $a \cdot b > 0$ [то есть: $\operatorname{Re}(w) \cdot \operatorname{Im}(w) > 0$].

(ג) В каких квадрантах расположены такие решения w ?

Четыре точки, которые расположены в квадрантах, найденных вами в пункте (ג), являются вершинами прямоугольника.

При умножении каждого из чисел, соответствующих четырем этим точкам, на число $z_0 = \cos \theta + i \sin \theta$ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$), получают новый прямоугольник, стороны которого параллельны осям координат.

(ד) Найдите угол θ . Обоснуйте свой ответ.

Раздел второй – рост и затухание, степенные функции, показательные и логарифмические функции (33 $\frac{1}{3}$ балла)

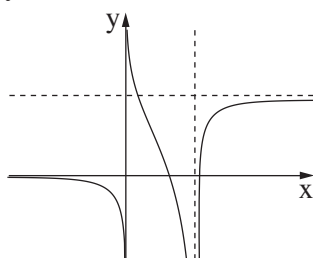
Ответьте на один из вопросов 4-5 .

Обратите внимание: если вы ответите более чем на один вопрос,
будет проверен только первый из ответов в вашей тетради.

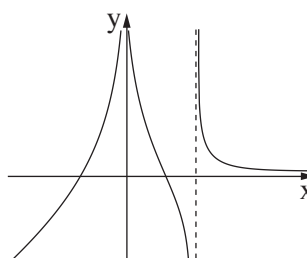
4. Дана функция $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - ae^x + 3}$. a – параметр.

Функция $f(x)$ не определена для $x = 0$.

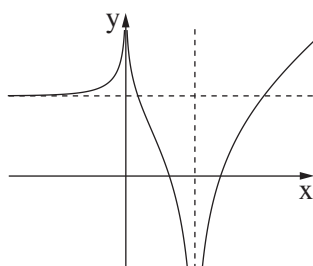
- (⌘) (1) Найдите a и область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (3) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.
- (ב) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (ג) Один из графиков I-IV в конце этого вопроса описывает первообразную функцию [פונקציה קדומה] функции $f(x)$, которая определена на области определения функции $f(x)$.
Какой из них описывает ее? Обоснуйте свой ответ.
- (ד) Дана функция $h(x) = f(x + k)$.
При каком значении $k \neq 0$ у функции $h(x)$ есть асимптота, уравнение которой $x = 0$? Обоснуйте свой ответ.



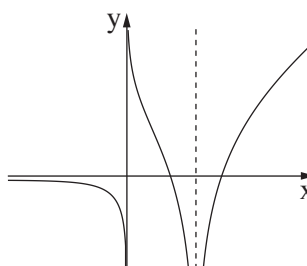
II



I



IV



III

5. Функции $f(x)$ и $g(x) = \ln(f(x))$ определены и дифференцируются для любого x .

- (א) Покажите, что у функции $f(x)$ и функции $\ln(f(x))$ есть точки экстремума с той же координатой x и что эти точки экстремума относятся к тому же типу (минимум/максимум).

На чертеже справа изображен такой график функции $f(x)$, что $f(x)$ и $g(x) = \ln(f(x))$ определены и дифференцируются для любого x .

У функции $f(x)$ есть единственная точка

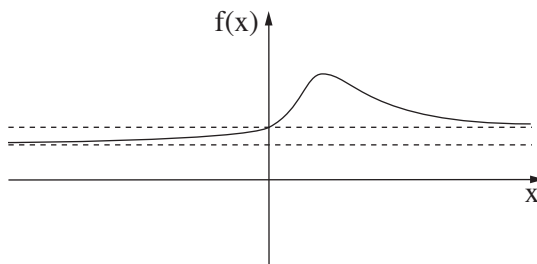
экстремума, координаты которой $(1, 2)$,

и две асимптоты:

асимптота, уравнение которой $y = 1$,

и еще одна асимптота, уравнение которой $y = \frac{2}{3}$.

График функции $f(x)$ пересекает ось y при $y = 1$.



Ответьте на вопросы пункта (ב) на основании графика, изображенного на чертеже.

- (ב) (1) Какова область определения функции $g(x)$? Обоснуйте свой ответ.
 (2) Каковы координаты точки экстремума функции $g(x)$?
 (3) Каковы уравнения асимптот функции $g(x)$, перпендикулярных осям координат?
 (4) Найдите области положительных и отрицательных значений функции $g(x)$.
 Обоснуйте свой ответ.
 (5) Начертите схематический график функции $g(x)$.

Определим: $h(x) = f(x) - g(x)$.

Справа приведен чертеж графика функции $h(x)$.

- (ג) (1) Найдите координаты точек экстремума функции $h(x)$.

Определите их тип при помощи графика.

- (2) Точка А расположена на графике функции $f(x)$, а точка В расположена на графике функции $g(x)$, так что отрезок АВ перпендикулярен оси x .

Какова координата x , для которой длина отрезка АВ равна 1? Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

בהצלחה!