

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2020 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035581

Приложение: листы с формулами

для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תש"ף, 2020, מועד ב

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра и теория вероятности —

(2×20) — 40 баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости —

(1×20) — 20 баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление
полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций
и тригонометрических функций —

(2×20) — 40 баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двуязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора).

Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

— 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

— 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות

רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

— 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול

לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Таль и Алон – спортсмены, принимающие участие в соревнованиях по триатлону.

Соревнования включают три последовательных этапа: первый этап – заплыв, второй этап – езда на велосипеде на дистанцию в 180 километров, а третий этап – забег на дистанцию в 42 километра.

При решении этой задачи предположите, что скорость заплыва, скорость езды на велосипеде и скорость бега каждого из спортсменов, Таль и Алон, является постоянной на протяжении каждого из этапов.

Заплыв	Езда на велосипеде	Забег
--------	--------------------	-------

Дано: Таль начал забег в 13:30, а Алон начал забег в 15:00.

Таль достиг финишной черты триатлона на полчаса раньше, чем Алон.

Скорость, с которой бежал Алон, на 1 км/час больше, чем скорость, с которой бежал Таль.

(а) В котором часу Алон закончил забег?

В тот же день Алон начал заплыв в 6:00 и закончил его раньше 10:00.

(б) Ниже приведены два высказывания, I и II. В отношении каждого из них определите, возможно оно или невозможно.

I) Скорость езды Алон на велосипеде равна 18 км/час.

II) Скорость езды Алон на велосипеде равна 25 км/час.

2. В последовательности a_n дано, что для каждого натурального n сумма n первых членов последовательности равна $S_n = 2 \cdot 3^n - 2$.

- (*) (1) Найдите a_1 и общий член последовательности a_n для $n > 1$.
 (2) Покажите, что a_n является геометрической прогрессией, и найдите ее знаменатель.

Дана последовательность $c_n = S_{n+1} - S_n$.

- (*) (1) Покажите, что последовательность c_n является геометрической прогрессией.
 (2) Покажите, что для каждого натурального k сумма k первых членов последовательности c_n в три раза больше суммы k первых членов последовательности a_n .

3. Пункты назначения рейсов определенной авиакомпании находятся только на континентах Европа, Америка и Азия (нет рейсов без пассажиров).

Дано, что из числа пассажиров этой авиакомпании число пассажиров, которые летят в Америку, составляет $\frac{3}{5}$ от числа пассажиров, которые летят в Европу.

Случайным образом выбирают пассажира из числа пассажиров этой авиакомпании.

Обозначим через P вероятность того, что этот пассажир летит в Европу.

Случайным образом выбирают 2 пассажиров из числа пассажиров этой авиакомпании.

Дано, что вероятность того, что эти 2 пассажира не летят на один и тот же континент, составляет 0.62.

Дано: $P > 0.4$

- (*) Найдите P .
- (*) Случайным образом выбирают 5 пассажиров из числа пассажиров этой авиакомпании. Какова вероятность того, что по меньшей мере 2 из числа выбранных пассажиров летят в Америку и по меньшей мере 2 из числа выбранных пассажиров не летят в Америку?
- (*) В автобусе, который едет в аэропорт, находятся 50 пассажиров этой авиакомпании. Распределение пунктов назначения рейсов, которыми летят эти пассажиры, идентично распределению пунктов назначения рейсов всех пассажиров этой авиакомпании. Случайным образом выбрали 2 пассажиров автобуса одного за другим (не возвращая их в автобус), и выяснилось, что оба пассажира летят на один и тот же континент. Какова вероятность того, что 2 выбранных пассажира летят в Америку?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание: если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. АВ – хорда в окружности с центром О .

Радиус ОС параллелен хорде АВ , как показано на чертеже.

BD – диаметр этой окружности.

Точка Е – точка пересечения прямых АВ и DC (смотрите чертеж).

(8) Докажите: $\angle AED = \angle CDO$.

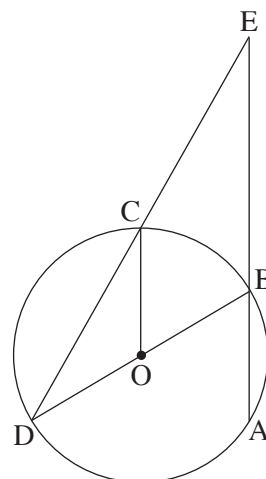
(2) Докажите, что СО – биссектриса угла DCA .

Дано: $\frac{EB}{BA} = 2$

(3) Докажите, что треугольник ABO является равносторонним.

(7) Дано: площадь трапеции COBE равна 9 .

Найдите сумму площадей треугольников COD и ABO ($S_{\triangle COD} + S_{\triangle ABO}$) .



5. ABC – это равнобедренный треугольник ($AB = AC$), две вершины которого, А и В , располагаются на окружности с радиусом r , как показано на чертеже.

Эта окружность пересекает стороны AC и BC в точках Е и К , соответственно.

Обозначим: $\angle BAK = \alpha$, $\angle KAC = \beta$.

(8) (1) Покажите, что радиус окружности, описанной вокруг треугольника AKC , равен r .

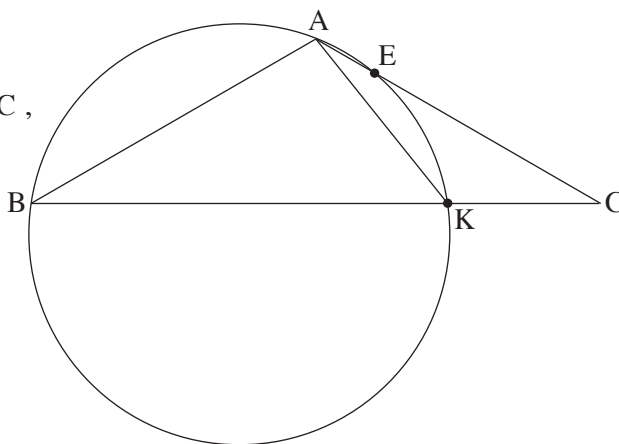
(2) Докажите: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BK}{KC}$.

Известно: $\angle ABK > \beta$, дано: $\alpha + \beta = 120^\circ$.

(2) Покажите, что α – тупой угол.

Дано: $AK = 28$, $BK = 55$.

(3) Вычислите α и длину отрезка BC .



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций и тригонометрических функций (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = (x + 3)^4(2 - x)$, определенная для любого x .

- (8) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (3) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция: $g(x) = \frac{1}{f(x-3)}$.

- (2) (1) Какова область определения функции $g(x)$?
- (2) Пересекает ли график функции $g(x)$ оси координат и если да, то в каких точках?
Обоснуйте свой ответ.
- (3) Каковы области возрастания и убывания функции $g(x)$?
- (4) Начертите схематический график функции $g(x)$.
- (2) (1) Покажите, что $f(x) \geq 48$ для любого $-1 \leq x \leq 1$
- (2) Объясните, почему $\int_2^4 g(x) dx \leq \frac{1}{24}$.

7. Дана функция $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - a}}{x^2}$. $a \neq 0$ – параметр.

Ответьте на вопросы пункта (а). При необходимости выразите свои ответы при помощи a , для $a > 0$ и $a < 0$ по отдельности.

(а) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).

(3) Покажите, что функция $f(x)$ является четной.

(4) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат (если таковые существуют).

(5) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

(б) Начертите схематический график функции $f(x)$ для $a > 0$ и схематический график функции $f(x)$ для $a < 0$.

Для каждого построенного вами графика укажите соответствующую область параметра a .

(в) Найдите, при каких значениях параметра a график функции $f(x)$ пересекает прямую $y = 1$ или касается ее.

8. Треугольник ABC вписан в окружность.

Дано: $AB = 1$, $AC = 2$.

Обозначим: $\sphericalangle BAC = x$.

(а) (1) Покажите, что радиус окружности, описанной вокруг треугольника ABC, равен $\frac{\sqrt{5 - 4 \cos x}}{2 \sin x}$.

(2) Найдите значение x , для которого радиус окружности, описанной вокруг треугольника ABC, является минимальным.

(б) Найдите диаметр окружности для значения x , найденного вами в пункте (а)-(2).

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.