

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire
Instructions au candidat

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון
הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 $2 \times 20 = 40$ נקודות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 $20 \times 2 = 40$ נקודות
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
 $20 \times 2 = 40$ נקודות
סך הכל — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות
במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון
עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את
שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים
בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט
ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת
הבחינה.
- ה. מטריאל אוקסיליאר אוטוריזé:
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser
les options de programmation d'une calculatrice
programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des
options de programmation d'une calculatrice peut
entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (joint au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère /
langue étrangère-hébreu.
- ו. Instructions supplémentaires:
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement
son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle
page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes
de la résolution, même lorsque les calculs
se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les
calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse
de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה"
en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du
cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה !

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités (40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention : si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre cahier seront corrigées.

1. Yaël et Alon ont participé à une course de relais sur un parcours dont la longueur totale est de 15 kilomètres.

Au début de la course, Yaël était placée au point de départ du parcours tandis que Alon était placé sur le parcours, à 5 kilomètres de distance de celle-ci.

Yaël a couru à une vitesse constante de V km/h, jusqu'à ce qu'elle atteigne Alon.

Immédiatement après que Yaël a atteint Alon, Alon a commencé à courir jusqu'à ce qu'il atteigne la fin du parcours tandis que Yaël est revenue au point de départ.

Alon a couru à une vitesse constante supérieure de 2 km/h à la vitesse initiale de Yaël.

Yaël est revenue au point de départ à une vitesse constante de $\frac{5}{6}V$ km/h.

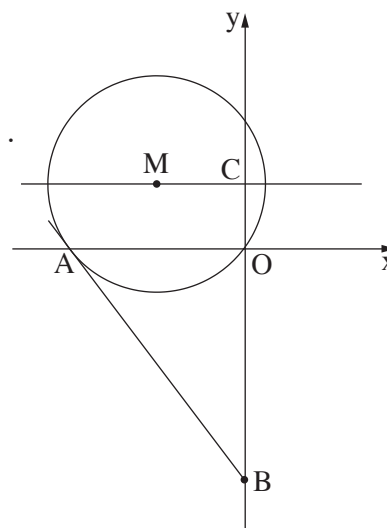
Alon a atteint la fin du parcours 15 minutes après que Yaël est revenue au point de départ.

- ⌘. (1) Exprimez en fonction de V , le temps de course de Yaël à partir du point de départ et jusqu'à ce qu'elle ait atteint Alon.
- (2) Exprimez en fonction de V le temps mis par Yael pour revenir (le temps écoulé depuis l'instant où elle a atteint Alon et jusqu'à ce qu'elle soit revenue au point de départ).
- (3) Déterminez V (déterminez les deux possibilités).

On sait que la course (de l'instant où Yaël a commencé à courir et jusqu'à ce que Alon atteigne la fin du parcours) a duré en tout moins de deux heures.

- ⌘. Laquelle des deux possibilités que vous avez déterminées au sous-article ⌘(3) est V ? Justifiez.

2. La figure ci-contre représente un cercle dont le centre M se trouve dans le deuxième quadrant.
- Le cercle passe par l'origine O du repère et son rayon vaut 5 .
- Donnée : le centre M du cercle se trouve sur la droite $y = 3$.



א. Déterminez l'équation du cercle.

Le cercle coupe l'axe des abscisses en un point supplémentaire A .

ב. Déterminez les coordonnées du point A .

On a tracé une tangente au cercle passant par le point A .

Cette tangente coupe l'axe des ordonnées en un point B .

ג. Déterminez les coordonnées du point B .

La droite $y = 3$ coupe l'axe des ordonnées en un point C .

À partir du point M , on a tracé une droite parallèle à l'axe des ordonnées et qui coupe la droite AB en un point D .

ד. Calculez l'aire du trapèze $MCBD$.

3. Un grand champs de fleurs comporte des fleurs de trois couleurs.
- $\frac{1}{3}$ des fleurs sont blanches, $\frac{1}{4}$ des fleurs sont jaunes et le reste des fleurs sont violettes.
- Yossi et Véréd ont cueilli des fleurs dans ce champs.

Yossi a cueilli deux fleurs au hasard.

א. Quelle est la probabilité que les deux fleurs que Yossi a cueillies étaient de la même couleur ?

ב. On sait que Yossi a cueilli deux fleurs de la même couleur.

Quelle est la probabilité que ces deux fleurs soient jaunes ?

Véréd assemble des bouquets à partir de fleurs qu'elle cueille au hasard dans le champ.

Chaque bouquet comporte 5 fleurs exactement.

ג. (1) Quelle est la probabilité qu'un bouquet que Véréd assemble comporte au moins une fleur violette ?

(2) Véréd a assemblé 3 bouquets. Quelle est la probabilité que chacun des bouquets que Véréd a assemblés comporte au moins une fleur violette ?

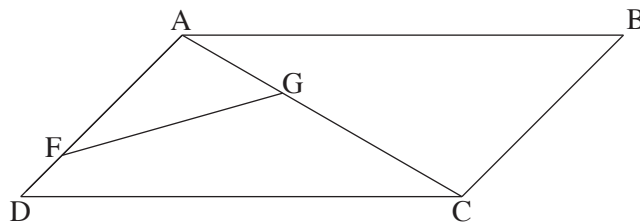
Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

(20 points)

Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention : si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre cahier sera corrigée.

4. La figure ci-contre représente un parallélogramme ABCD .
 G est un point sur la diagonale AC du parallélogramme
 et F est un point sur le côté AD .



Donnée : $\angle FGA = \angle ABC$.

- ⌘. (1) Démontrez que $\triangle FGA \sim \triangle ABC$.
 (2) Démontrez que $AF \cdot DC = FG \cdot AC$.

Il est donné que l'aire du triangle ABC est 20 , et que l'aire du triangle FGA est 5 .

- ⌘. Calculez le rapport $\frac{AF}{AC}$.

Données : $FG \parallel DB$,

les diagonales du parallélogramme se coupent en un point H .

- ⌘. Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle BHC$.

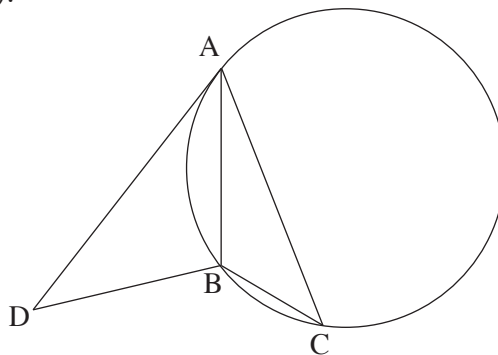
5. Le triangle ABC est inscrit dans un cercle (voir figure).

Données : $AC = 7$, $BC = 3$, $AB = 5$.

- ⌘. (1) Déterminez la mesure de l'angle ACB .
 (2) Déterminez le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC .

On a tracé une tangente au cercle au point A .

Le point D se trouve sur cette tangente de sorte que l'aire du triangle DBA est 12 .



- ⌘. Déterminez la longueur du côté AD .
 ⌘. Déterminez le rapport entre le rayon du cercle circonscrit au triangle DBA et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC .

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines (40 points)

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention : si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre cahier seront corrigées.

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 1} + 2$.

- ⌘. (1) Quel est le domaine de définition de la fonction $f(x)$?
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ perpendiculaires aux axes.
- (3) Déterminez les coordonnées des points d'intersection de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- (4) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).
- (5) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

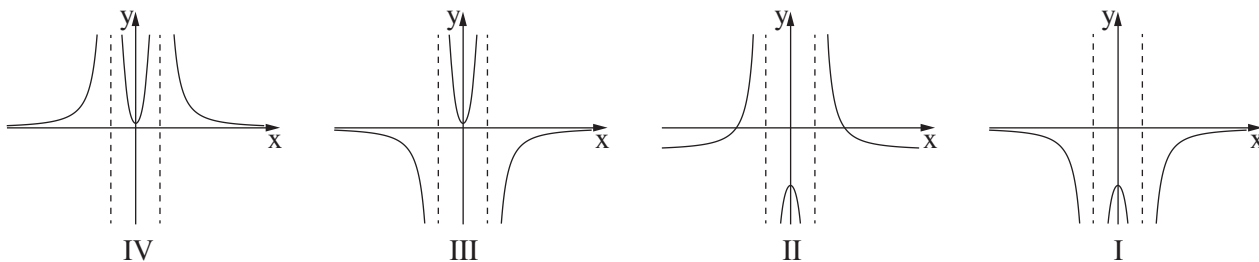
En fin de question, quatre graphes (I-IV) sont tracés. L'un d'eux est le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.

⌘. Lequel des graphes I-IV est le graphe de la fonction dérivée, $f'(x)$? Justifiez.

⌘. $a > 3$ est un paramètre.

L'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par les droites $x = 3$ et $x = a$, ainsi que par l'axe des abscisses vaut 0,5.

Déterminez a .



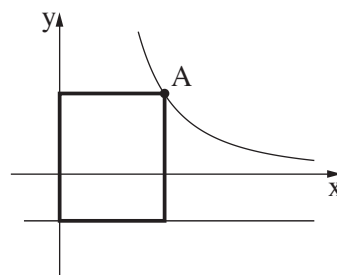
7. Soit la fonction $f(x) = -2x \cdot \sqrt{-x^2 + 8}$.

- א. (1) Quel est le domaine de définition de la fonction $f(x)$?
 (2) Déterminez les coordonnées du point d'intersection de la fonction $f(x)$ avec l'axe des ordonnées.
 (3) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ג. Pour combien de valeurs de k , la droite $y = k$ coupe-t-elle le graphe de la fonction $f(x)$ en deux points exactement ?
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $-f(x)$.

8. Voici le graphe de la fonction $f(x) = \frac{4}{x^2}$, définie pour tout $x > 0$.

Le point A se trouve sur le graphe de la fonction $f(x)$, dans le premier quadrant.

À partir du point A , on a abaissé des perpendiculaires à l'axe des ordonnées et à la droite $y = -1$ de sorte qu'un rectangle se forme avec l'axe des ordonnées et avec la droite $y = -1$, tel que cela est décrit sur la figure.



- א. Quelles sont les coordonnées du point A pour lequel l'aire du rectangle est minimale ?
- ב. Existe-t-il un point A pour lequel l'aire du triangle est 3 ? Justifiez.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
 Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
 Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך