

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2020 года

Номер вопросника: 035582

Приложение: листы с формулами

для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תש"ף, 2020

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела.

Раздел первый: аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа –

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ балла}$$

Раздел второй: рост и затухание, степенные функции, показательные и логарифмические функции –

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ балла}$$

Всего – 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Словарь по выбору экзаменуемого.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים –

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו

אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי

או באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה;

סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. הסבר את כל פעולותיך,

כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה

ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום

לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа ($66\frac{2}{3}$ балла)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два ответа в вашей тетради.

1. OMG – это треугольник. Точка O – начало координат.

Из точки $M(2, 6)$ опустили высоту на сторону OG .

Дано, что длина этой высоты равна 6 .

(*) Покажите, что геометрическое место всех точек G , получаемых таким способом, находится на двух прямых, и найдите уравнения этих прямых.

Окружность с центром в точке M касается двух прямых, уравнения которых вы нашли в пункте (*), в точках P и Q .

(а) (1) Запишите уравнение этой окружности.

(2) Найдите координаты точек P и Q .

(б) Возможно ли вписать в окружность четырехугольник $OPMQ$? Обоснуйте свой ответ.

Если это возможно, найдите уравнение окружности, описывающей его.

2. Дана прямая треугольная призма $ABCA'B'C'$.

Дано: точка M – середина отрезка $B'C'$,

точка K находится на отрезке AA' и для нее $AK = 2KA'$.

Обозначим: $\vec{KB} = \underline{u}$, $\vec{KC} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$

(а) Выразите $\vec{AM}$ при помощи $\underline{u}$, $\underline{v}$ и $\underline{w}$.

P – это точка на AM , и для нее $\vec{KP} = \alpha \underline{u} + \beta \underline{v}$ (α и β – скаляры).

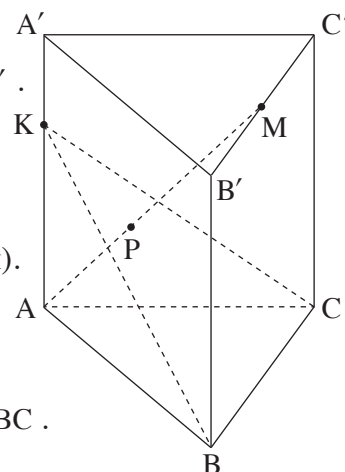
(б) Найдите α и β .

Дано: $P(0,4,6)$, $\underline{u} = (5,5,-5)$, $\underline{v} = (10,-5,0)$.

(а) (1) Объясните, почему точка P находится на плоскости KBC .

(2) Найдите уравнение плоскости KBC .

(3) Найдите координаты точки K .



3. z_1 и z_2 – два различных комплексных числа.

Дано: $z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha$, $z_2 = \cos \frac{7\alpha}{3} + i \sin \frac{7\alpha}{3}$,

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi,$$

$\frac{z_1}{z_2}$ – действительное число.

(а) (1) Найдите α и $\frac{z_1}{z_2}$.

(2) Покажите, что $z_1 \cdot z_2$ – мнимое число.

Дано: $w = \frac{z_1}{z_2} + z_1 \cdot z_2$.

(б) Найдите все решения уравнения $z^3 = w^6$.

(а) (1) Могут ли решения, найденные вами в пункте (б), соответствовать вершинам правильного шестиугольника [משושה משוכלל] в гауссовой плоскости?

Если да, найдите координаты остальных вершин этого шестиугольника.

(2) Приведите пример натурального числа $n > 6$, для которого решения, найденные вами в пункте (б), представляют собой вершины правильного многоугольника [מצולע משוכלל] с n вершинами.

**Раздел второй – рост и затухание, степенные функции,
показательные и логарифмические функции** ($33\frac{1}{3}$ балла)

Ответьте на один из вопросов 4-5 .

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. Дана функция $f(x) = \ln((e^x - b)^2 + 1)$. b – параметр.

Ответьте на вопросы пункта (а). При необходимости выразите свои ответы при помощи b .

- (а) (1) Какова область определения функции $f(x)$?
- (2) Обоснуйте, почему $f(x) \geq 0$ во всей области определения функции $f(x)$.
- (3) Найдите уравнение горизонтальной асимптоты функции $f(x)$.
- (4) Определите, для каких значений b у функции $f(x)$ есть точка экстремума, и если таковая существует, найдите ее координаты и покажите, что она является точкой минимума.
- (5) Начертите схематический график функции $f(x)$ при $b = 2$.
- (б) Найдите все значения b , при которых прямая $y = \ln 5$ является асимптотой функции $f(x)$. Обоснуйте свой ответ.
- (в) Дано, что при одном из значений b , найденных вами при ответе на вопрос пункта (б), у функции $f(x)$ нет точек экстремума.
Для этого значения b определите, возрастает или убывает функция $f(x)$. Обоснуйте свой ответ.

5. Дана функция $f(x) = e^x(x - 5)$, определенная для любого x .

(א) Покажите, что $f'(x) = e^x(x - 4)$ и что $f''(x) = e^x(x - 3)$.

$f^{(n)}(x)$ – это производная порядка n функции $f(x)$ (например, $f^{(3)}(x) = f'''(x)$).

Дана закономерность $f^{(n)}(x) = e^x(x - 5 + n)$ для любого натурального n .

(ב) Найдите $f'''(x)$ и покажите, что данная закономерность выполняется для нее.

Ответьте на вопросы пункта (א). При необходимости выразите свои ответы с помощью n .

- (א) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f^{(n)}(x)$ с осями координат.
- (2) Найдите уравнение горизонтальной асимптоты функции $f^{(n)}(x)$.
- (3) Найдите координаты точек экстремума функции $f^{(n)}(x)$ (если таковые существуют) и определите их тип.
- (4) Для двух различных натуральных чисел m и k покажите, что графики функций $f^{(m)}(x)$ и $f^{(k)}(x)$ не пересекаются.
- (5) Начертите в одной системе координат схематические графики $f(x)$, $f'(x)$ и $f''(x)$ и напишите, какой из этих графиков соответствует каждой из функций.
- (7) Воспользуйтесь приведенной закономерностью и найдите для функции $f(x)$ первообразную [פונקציה קדומה] $F(x)$, если дано, что график функции $F(x)$ проходит через точку начала координат.
- Подтвердите свой ответ при помощи дифференцирования [גזירה].

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.