

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2020 года

Номер вопросника: 035581

Приложение: листы с формулами

для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תש"ף, 2020

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра и теория вероятности —

(2×20) — 40 баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости —

(1×20) — 20 баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное

исчисление полиномов, функций, содержащих корни,

рациональных функций и тригонометрических функций —

(2×20) — 40 баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Словарь по выбору экзаменуемого.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות —

20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה

במישור — 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

ושל פולינומים, של פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

טריגונומטריות —

20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו

אפשרויות תכנות. שימוש במחשבון גרפי

או באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה;

סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל

חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.
Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два ответа в вашей тетради.

1. Ревиталь тренируется в езде на велосипеде,
а Зива тренируется в ходьбе и беге.



Обе девушки отправились одновременно из точки А в направлении точки В. Ревиталь ехала на велосипеде с постоянной скоростью, а Зива шла с постоянной скоростью.

Ревиталь прибыла в точку В, когда Зива прибыла в точку С, которая расположена между точками А и В так, что $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{8}$.

- (а) Каково отношение скорости, с которой шла Зива, к скорости, с которой ехала Ревиталь? Обоснуйте свой ответ.

Сразу после этого Зива продолжила идти из точки С в направлении точки В со своей начальной скоростью, а Ревиталь поехала обратно из точки В в направлении точки А со скоростью, которая была на 3 км/час больше ее начальной скорости.

Ревиталь и Зива встретились в точке D, которая расположена между точкой С и точкой В (смотрите чертеж).

Дано: $\frac{CD}{DB} = \frac{6}{19}$.

- (б) Вычислите начальную скорость движения Ревиталь и начальную скорость движения Зивы.

Сразу после того как Зива и Ревиталь встретились в точке D, они снова начали двигаться в направлении точки А: Ревиталь ехала с той же скоростью, с которой она ехала в направлении точки А, а Зива увеличила свою скорость на k км/час (k – положительное число).

Ревиталь прибыла в точку А до того, как Зива успела преодолеть половину расстояния между D и А.

- (в) Какова область возможных значений k ? Обоснуйте свой ответ.

2. a_n – это геометрическая прогрессия, состоящая из n членов, знаменатель которой q .
Все члены прогрессии a_n – натуральные числа.

Дано: сумма $n - 4$ первых членов данной прогрессии в 16 раз меньше, чем сумма членов этой прогрессии, начиная с пятого члена (включительно).

- (*) (1) Выразите сумму членов прогрессии a_n начиная с пятого члена (включительно) при помощи a_5 и q .

- (2) Найдите знаменатель данной прогрессии.

Зададим новую последовательность, b_k , состоящую из $n - 2$ членов, для которой выполняется $b_k = a_k + a_{k+1} + a_{k+2}$ при любом $k \leq n - 2$.

- (*) (1) Докажите, что последовательность b_k является геометрической прогрессией.

- (2) Докажите, что каждый член прогрессии b_k делится на 7 без остатка.

- (*) c_n – это бесконечная геометрическая прогрессия, в которой $c_1 = \frac{1}{b_1}$ и $c_2 = \frac{1}{b_2}$.

Сумма прогрессии c_n равна $\frac{1}{91}$.

Вычислите a_1 .

3. В кувшине 11 шаров, пронумерованных в возрастающем порядке от 1 до 11.

Случайным образом извлекают шар из кувшина и записывают указанное на этом шаре число. Если на шаре указано нечетное число, то шар возвращают в кувшин, а если число четное, то его не возвращают.

После этого снова случайным образом извлекают шар из кувшина и записывают указанное на нем число.

- (*) Какова вероятность того, что были записаны два числа, произведение которых четное?

- (*) Известно, что произведение двух записанных чисел четное.

Найдите вероятность того, что число на шаре, который извлекли первым, было нечетным.

В другом кувшине четное число шаров, пронумерованных в возрастающем порядке (1, 2, 3 ...).

Случайным образом извлекают шар из кувшина и записывают указанное на этом шаре число, возвращают его в кувшин и после этого снова случайным образом извлекают шар из кувшина и записывают указанное на нем число.

- (*) (1) Найдите вероятность того, что произведение двух записанных чисел четное.

- (2) Из кувшина извлекают k шаров. Каждый раз, когда извлекают шар, записывают указанное на нем число и возвращают его в кувшин.

Выразите при помощи k вероятность того, что произведение всех записанных чисел четное.

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание: если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. Даны две окружности, которые касаются друг друга внешним образом в точке T .

Через точку T провели касательную, общую для двух данных окружностей.

Из точки M , расположенной на данной касательной,

провели две прямые, пересекающие эти окружности

в точках A , B , C и D , как показано на чертеже.

(*) (1) Докажите: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$.

(2) Докажите, что четырехугольник $ABDC$ может быть
 вписан в окружность.

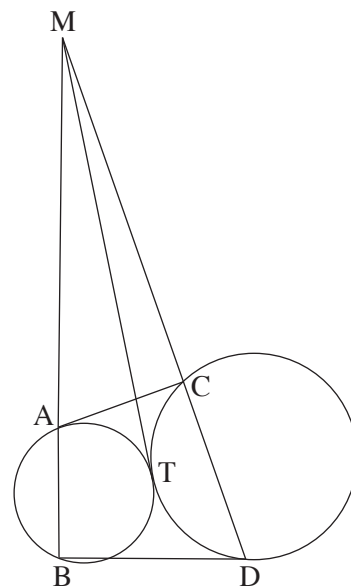
Дано: площадь треугольника MAC равна площади
 четырехугольника $ABDC$.

(*) Найдите отношение $\frac{BD}{AC}$.

Дано: диагонали четырехугольника $ABDC$ перпендикулярны друг другу,

AD – диаметр окружности, описанной вокруг четырехугольника $ABDC$.

(*) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.



5. ABC – равнобедренный треугольник, в котором $AB = AC = a$ (смотрите чертеж).

BD – медиана треугольника ABC . Дано: $BD = a$.

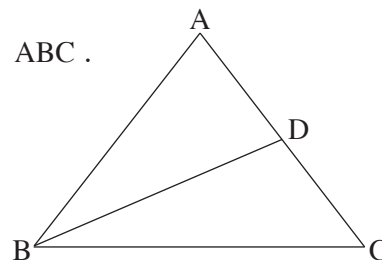
Точка M является точкой пересечения медиан треугольника ABC .

(*) Выразите BC при помощи a .

(*) Вычислите углы треугольника BMC .

(*) Дано: $AM = 6$.

Вычислите площадь треугольника ABC .



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций и тригонометрических функций (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два ответа в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = \frac{\sqrt{(x+1)(x-a)}}{x-2}$. $a > 2$ – параметр.

Ответьте на вопросы пункта (н). При необходимости выразите свой ответ при помощи a .

- (н) (1) Какова область определения функции $f(x)$?
(2) Каковы координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат?
(3) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.

Дано: $f(a+2) = -f(2-a)$.

- (а) Найдите a .

Подставьте $a = 5$ и ответьте на вопросы пунктов (л)-(т).

- (л) (1) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).
(2) Начертите схематический график функции $f(x)$.
(т) Начертите схематический график функции $f(x+2)$.

7. Ниже приведена часть графика периодической функции $f(x)$.

График функции $f(x)$ проходит через точку начала координат и пересекает ось x также в точках, в которых $x = x_0$ и $x = x_1$, как показано на чертеже.

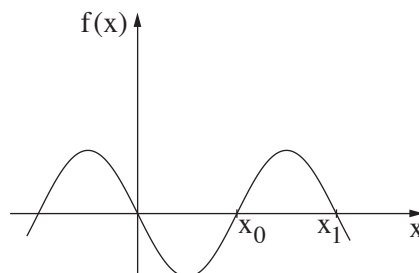
Одно из следующих уравнений (I - IV) описывает функцию $f(x)$. $a \neq 0$ – параметр.

I. $y = a^2 \sin x$

II. $y = a \sin 2x$

III. $y = a^2 \cos x$

IV. $y = a \cos 2x$



(а) (1) Определите, какое из уравнений I - IV – это уравнение функции $f(x)$.

Обоснуйте свой ответ.

(2) Определите, какова область возможных значений параметра a .

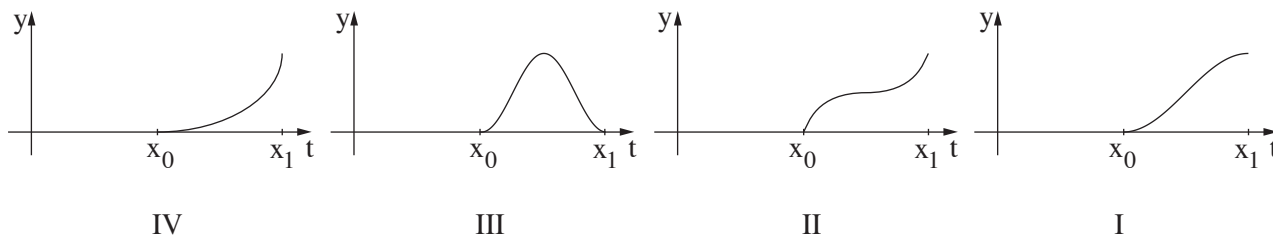
Обоснуйте свой ответ.

(3) Каковы значения x_0 и x_1 ?

(б) Выразите при помощи a площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$ и осью x в области $x_0 \leq x \leq x_1$.

Обозначим: $S(t) = \int_{x_0}^t f(x) dx$. Дано: $x_0 \leq t \leq x_1$.

(в) Ниже приведены четыре графика (I-IV). Какой из графиков I-IV описывает функцию $S(t)$? Обоснуйте свой ответ.



8. Дана функция $f(x) = \frac{x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40}{x + 2}$.

(8) (1) Какова область определения функции $f(x)$?

(2) Есть ли у функции $f(x)$ вертикальная асимптота? Обоснуйте свой ответ.

Дана функция $g(x) = x^3 - 21x + 20$.

(9) (1) При каких значениях x $f(x) = g(x)$? Обоснуйте свой ответ.

(2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

Точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x : $(4,0)$, $(1,0)$ и $(-5,0)$.

(10) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(11) $t > 0$ – параметр.

При каком значении t выражение $\int_0^t f(x) dx$ принимает минимальное значение?
Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.