

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire
Instructions au candidat

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
 $2 \times 20 = 40$ points

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes
 $1 \times 20 = 20$ points

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines
 $2 \times 20 = 40$ points

Total — 100 points

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 $20 \times 2 = 40$ נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 $20 \times 1 = 20$ נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
 $20 \times 2 = 40$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (joint au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות

במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה !

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités (40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention : si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre cahier seront corrigées.

1. Un groupe de sportifs marche chaque jour 40 km sur un parcours fixe.

Dimanche, le groupe a commencé la marche. Après trois heures de marche à vitesse constante, le groupe s'est arrêté pour une pause de 15 minutes, puis il a continué à marcher à une vitesse supérieure de 3 km/h à la vitesse initiale jusqu'à ce qu'il atteigne la fin du parcours.

Lundi, le groupe a marché sans faire de pause. Il a marché à une vitesse constante, de 60 % supérieure à la vitesse initiale à laquelle il avait marché dimanche.

Ces deux jours là, le groupe a commencé sa marche à la même heure, mais lundi il a atteint la fin du parcours une heure plus tôt que dimanche.

- א. Déterminez la vitesse à laquelle le groupe de sportifs a commencé à marcher dimanche.
ב. Déterminez combien de temps le groupe de sportifs a marché lundi, sur l'ensemble du parcours.

2. Le point M se trouve sur l'axe des ordonnées, tel que cela est représenté dans la figure ci-contre.

Le point A se trouve sur un cercle de centre M .

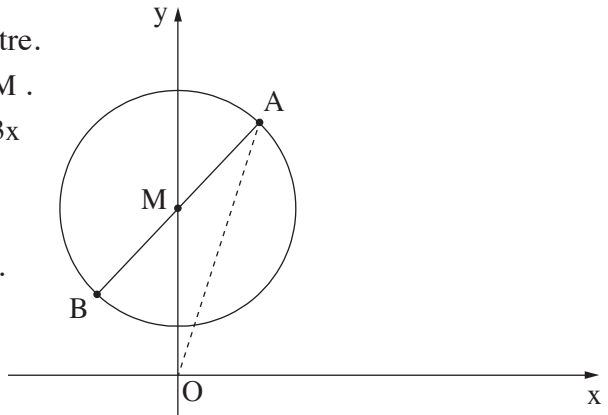
Données : l'équation de la droite AO est $y = 3x$

(le point O est l'origine du repère),

l'équation de la droite AM est

$y = x + 2a$. $a > 0$ est un paramètre.

- א. Exprimez les coordonnées des points M et A en fonction de a .



Donnée : le rayon du cercle est égal à $\sqrt{32}$.

- א. Déterminez a .

Substituez le a que vous avez trouvé, puis répondez aux articles ג-ד .

Le point B se trouve sur le cercle de sorte que AB est un diamètre du cercle.

- ג. Déterminez les coordonnées du point B .

On a tracé la tangente au cercle passant par le point A . Cette tangente coupe l'axe des abscisses en un point C .

- ד. (1) Calculez l'aire du triangle ABC .
(2) Calculez l'aire du quadrilatère $ABOC$.

3. Dans un grand lycée, une partie des élèves possèdent un ordinateur portable et le reste des élèves n'en possèdent pas.

Si l'on choisit au hasard 3 élèves de ce lycée, la probabilité que ces trois élèves exactement possèdent un ordinateur portable est de 0,512 .

- א. Quelle est la probabilité qu'un élève (garçon ou fille) de ce lycée possède un ordinateur portable ?

Données : dans ce lycée, le nombre de filles est $1\frac{1}{2}$ fois plus élevé que le nombre de garçons.

La moitié des élèves qui ne possèdent pas d'ordinateur portable sont des garçons.

On choisit au hasard un élève de ce lycée (garçon ou fille).

- א. Quelle est la probabilité que l'élève choisit soit un garçon possédant un ordinateur portable ?
- ב. On sait qu'une fille a été choisie. Quelle est la probabilité qu'elle possède un ordinateur portable ?
- ג. On a choisi au hasard 2 élèves de ce lycée (parmi les garçons et les filles). Quelle est la probabilité qu'au moins un d'entre eux (garçon ou fille) possède un ordinateur portable ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

(20 points)

Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention : si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre cahier sera corrigée.

4. Soit un cercle de centre M .

À partir d'un point A extérieur au cercle, on a tracé une tangente au cercle au point C , ainsi qu'une droite supplémentaire passant par le point M et coupant le cercle aux points D et E , tel que cela est décrit dans la figure.

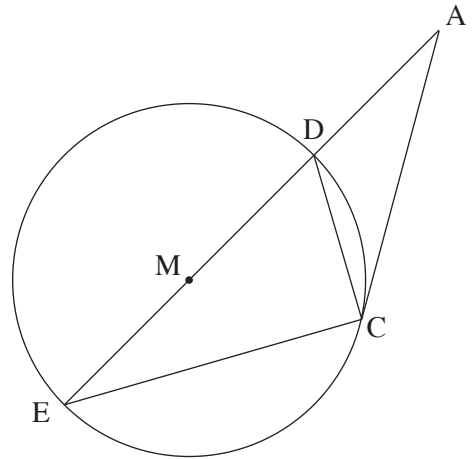
א. Démontrez que $\triangle ADC \sim \triangle ACE$.

ב. Démontrez que $\angle ACD = \angle MCE$.

ג. Démontrez que $\angle MCA = \angle ECD$.

ד. Donnée : $MD = DA$.

Démontrez que le triangle MCD est équilatéral.



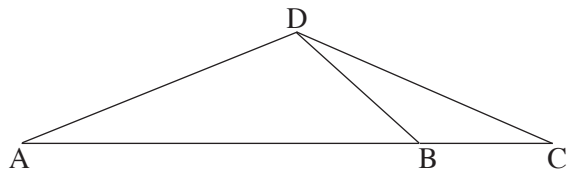
5. Dans le triangle ADC , le point B se trouve sur le côté AC (voir figure).

Données : $AD = 4$, $\angle ADB = 110^\circ$,

l'aire du triangle ADB est 5.

א. Calculez la longueur du segment BD .

ב. Déterminez la mesure de l'angle DBA .



Donnée : la longueur du rayon du cercle circonscrit au triangle BDC est 3.

ג. Calculez la longueur du côté DC .

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines (40 points)

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention : si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre cahier seront corrigées.

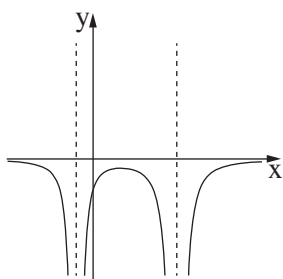
6. Soit la fonction $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x-a}$. a est un paramètre.

Il est donné que l'une des asymptotes verticales de la fonction $f(x)$ est $x = -1$.

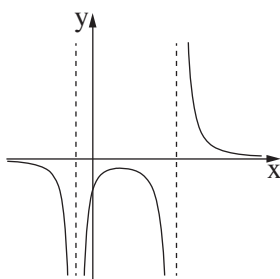
א. Déterminez a .

Substituez $a = 5$ puis répondez aux articles ב-ה.

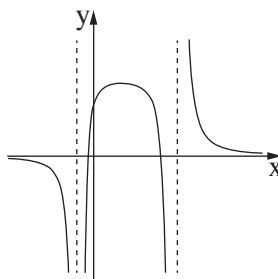
- ב. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Donnez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ perpendiculaires aux axes.
- (3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).
- (4) Déterminez les coordonnées des points d'intersection de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- (5) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ג. Déterminez les équations des asymptotes de la fonction dérivée, $f'(x)$, perpendiculaires aux axes.
- ד. Déterminez lequel des quatre graphes figurant en fin de question (I-IV) est le graphe de la fonction dérivée, $f'(x)$. Justifiez.
- ה. Calculez l'aire délimitée par la fonction dérivée $f'(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = 0$ et $x = 4$.



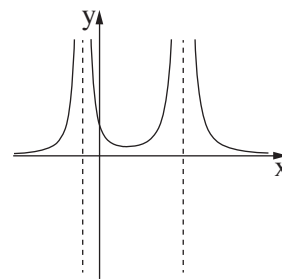
IV



III



II



I

7. Soit la fonction $f(x) = \sqrt{-2x^4 + 16x^2 + 18}$ dont le domaine de définition est $-3 \leq x \leq 3$.

- א. (1) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

Vous pourrez laisser une racine dans votre réponse.

(2) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.

- ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ג. Combien de points d'intersection la droite $y = 5$ admet-elle avec le graphe de la fonction $f(x)$? Justifiez.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $-f(x)$.

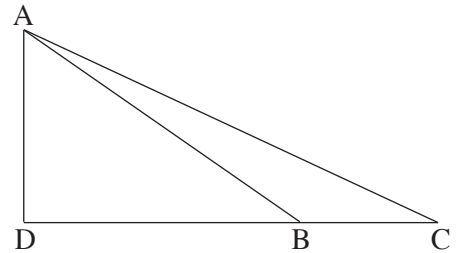
8. Soit un triangle rectangle ADC ($\angle ADC = 90^\circ$).

À partir du point A, on a tracé une droite coupant le côté DC au point B de sorte que $DB = 2BC$.

Donnée : l'aire du triangle ABC est 9.

On note : $BC = x$.

- א. Exprimez en fonction de x la longueur de la hauteur relative au côté BC dans le triangle ABC.
- ב. Déterminez la valeur de x pour laquelle AB^2 est minimale. Justifiez.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך