

סוג הבחינה: גמר לבתי-ספר לטכנאים ולהנדסאים
מועד הבחינה: אביב תש"ף, 2020
סמל השאלון: 714003
נספחים: א. דף תשובות
ב. מילון מונחים

אלגברה ליניארית

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון	64	נקודות
פרק שני	36	נקודות
סה"כ	100	נקודות

ג. חומר-עזר מותר לשימוש: 1. כל חומר עזר כתוב בכתב-יד או מודפס על נייר.

2. מחשבון פשוט שאינו ניתן לתכנות.

ד. הוראות מיוחדות:

- את התשובות לכל השאלות יש לרשום אך ורק על גבי דף התשובות שבנספח א'.
- לנוחותך, לשאלון זה מצורף מילון מונחים בשפות עברית, ערבית, אנגלית ורוסית. תוכל להיעזר בו בעת הצורך.

הוראות למשגיח:

בתום הבחינה יש לוודא שהנבחנים הדביקו את מדבקת הנבחן שלהם במקום המיועד לכך בדף התשובות שבנספח א' וצירפו אותו למחברת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים, כל מה שברצונך לכתוב כטיוטה (ראשי פרקים, חישובים וכדומה).
רשום "טיוטה" בראש כל עמוד טיוטה. רישום טיוטות כלשהן על דפים שמחוץ למחברת הבחינה עלול לגרום לפסילת הבחינה!

בשאלון זה 21 עמודים ו-3 עמודי נספחים.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר,
אך מכוונות הן לנבחנות והן לנבחנים.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף

השאלות

פרק ראשון (64 נקודות)

ענה על ארבע מבין השאלות 1-5 (לכל שאלה – 16 נקודות).

בכל אחת מן השאלות 1-5 נתונים חמישה סעיפים, א'-ה', שאינם תלויים זה בזה (לכל סעיף – 3.2 נק').
בכל סעיף נתונות ארבע תשובות, שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף בחר את התשובה הנכונה, והקף בעיגול את הספרה המייצגת אותה בדף התשובות שבנספח א'.
בשאלות שבחרת לענות עליהן, ענה על כל הסעיפים.

הערה: טענה נחשבת כנכונה אם היא נכונה תמיד.

שאלה 1

הסעיפים א'-ג' מתייחסים לנתונים שלהלן:

נתונה מערכת המשוואות:

$$x + y - z = 0$$

$$ax - 2y + 2z = 7$$

$$(a + 1)x - y + z = 4 + a$$

א. בעבור אילו ערכים של a יש למערכת הנתונה אינסוף פתרונות?

1. בעבור $a = -2$ בלבד

2. בעבור $a = 3$ בלבד

3. לא קיים ערך של a שבעבורו יש למערכת הנתונה אינסוף פתרונות

4. קיימים אינסוף ערכים של a שבעבורם יש למערכת הנתונה אינסוף פתרונות

ב. בעבור אילו ערכים של a יש למערכת הנתונה פתרון יחיד?

1. בעבור כל ערך של a

2. בעבור כל a השונה מ-2 בלבד

3. בעבור כל a השונה מ-2 והשונה מ-3 בלבד

4. לא קיים ערך של a שבעבורו יש למערכת הנתונה פתרון יחיד

ג. בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. לא קיים ערך של a שבעבורו אין למערכת הנתונה אף פתרון
2. קיים ערך יחיד של a שבעבורו אין למערכת הנתונה אף פתרון
3. קיימים שני ערכים של a שבעבורם אין למערכת הנתונה אף פתרון
4. בעבור כל a השונה מ-3 אין למערכת הנתונה אף פתרון

הסעיפים ד'-ה' מתייחסים למערכת ההומוגנית $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ כאשר $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ a & -2 & 2 \\ a+1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

ד. בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. דרגת השורות של מטריצת המקדמים A תהיה 2 בעבור כל ערך של a
2. דרגת השורות של מטריצת המקדמים A תהיה 2 בעבור כל ערך של a השונה מ-2
3. קיים ערך של a שבעבורו דרגת השורות של מטריצת המקדמים A תהיה 3
4. לא קיים ערך של a שבעבורו דרגת השורות של מטריצת המקדמים A תהיה 1

ה. בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. לכל ערך של a : $|A| = 0$
2. לכל ערך של a : $|A| = 2$
3. קיים ערך של a שבעבורו $|A| = 1$
4. קיים ערך של a שבעבורו $|A| = 3$

שאלה 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{הסעיפים א'-ג' מתייחסים למטריצה}$$

א. מהו סכום איברי האלכסון של המטריצה A^{-1} ?

1. 0

2. 2

3. 3

4. 4

ב. בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. $|A| = 0$

2. $|A| = |A^{-1}|$

3. $|A| = 2$, $|A^{-1}| = \frac{1}{2}$

4. $|A| = 3$, $|A^{-1}| = \frac{1}{3}$

ג. בחר בהיגד **שאינו** נכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. A^{10} היא מטריצה הפיכה

2. $A \cdot A^T$ היא מטריצה הפיכה

3. $A + A^{-1}$ היא מטריצה הפיכה

4. $|A + A^{-1}| = 2$

הסעיפים ד'-ה' מתייחסים למטריצות A ו- B מסדר 5×5 .

כמו כן נתון כי $|B| = 0$, $|A| = 2$

ד. בחר בהיגד שאינו נכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. השורות של A מהוות בסיס למרחב $\mathbb{R}^5$, והעמודות של B מהוות בסיס למרחב $\mathbb{R}^5$
2. השורות של A מהוות בסיס למרחב $\mathbb{R}^5$, והשורות של B לא מהוות בסיס למרחב $\mathbb{R}^5$
3. השורות של B מהוות בסיס לתת-מרחב של $\mathbb{R}^5$
4. העמודות של B מהוות בסיס לתת-מרחב של $\mathbb{R}^5$

ה. בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. דרגת המטריצה AB קטנה או שווה ל-4
2. דרגת המטריצה $A + B$ קטנה או שווה ל-4
3. דרגת המטריצה $A^2 B$ שווה ל-5
4. דרגת המטריצה A^{-1} קטנה או שווה ל-4

שאלה 3

סעיפים א'–ג' מתייחסים לקבוצה $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ הפורשת את המרחב $\mathbb{R}^4$.

א. בחר בהיגד שאינו נכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. הקבוצה $\{v_1, v_1 + v_2 + v_3, 2v_1 + v_2 + v_3, v_4\}$ פורשת את המרחב $\mathbb{R}^4$
2. הקבוצה $\{v_1, v_1 - v_2, v_1 + v_3, v_1 - v_4\}$ היא בלתי תלויה ליניארית
3. הקבוצה $\{4v_1, v_1 - v_2, v_1 + v_3, v_1 - v_4\}$ פורשת את המרחב $\mathbb{R}^4$
4. המטריצה שעמודותיה הן v_1, v_2, v_3, v_4 היא הפיכה

ב. בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. $\dim(\text{Span}\{v_1, v_2, v_3, v_1 + v_2 + v_3\}) = 1$
2. $\dim(\text{Span}\{v_1, v_2, v_3, v_1 + v_2 + v_3\}) = 2$
3. $\dim(\text{Span}\{v_1, v_2, v_3, v_1 + v_2 + v_3\}) = 3$
4. $\dim(\text{Span}\{v_1, v_2, v_3, v_1 + v_2 + v_3\}) = 4$

ג. בעבור אילו ערכים של α הקבוצה $\{v_1, v_2, \alpha v_3\}$ תהיה בלתי תלויה ליניארית?

1. בעבור כל ערך של α
2. בעבור כל ערך של α השונה מ-0
3. בעבור כל ערך של α הגדול או השווה ל-0 בלבד
4. לא קיים ערך של α שבעבורו הקבוצה תהיה בלתי תלויה ליניארית

הסעיפים ד'-ה' מתייחסים למטריצה $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & u \\ m & n & t & p \end{pmatrix}$. כמו כן נתון כי $|A| = 2$.

ד. מהי הדטרמיננטה של המטריצה $B = \begin{pmatrix} c & b & a & d \\ g & f & e & h \\ k & j & i & u \\ t & n & m & p \end{pmatrix}$?

1. -2

2. 0

3. 1

4. 2

ה. מהי הדטרמיננטה של המטריצה $C = \begin{pmatrix} 5a & 5b & 5c & 5d \\ e & f & g & h \\ -2i & -2j & -2k & -2u \\ a+m & b+n & c+t & d+p \end{pmatrix}$?

1. -60

2. -40

3. -20

4. 0

שאלה 4

א. נתונה הטנספורמציה $T: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ המוגדרת על-ידי $T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + a^2 - 9 \\ x_2 - x_3 + 2a - 6 \end{pmatrix}$.

בעבור אילו ערכים של a ההעתקה T תהיה ליניארית?

1. בעבור כל ערך של a

2. בעבור $a = 3$ בלבד

3. בעבור $a = 3$ ובעבור $a = -3$ בלבד

4. לא קיים a שבעבורו ההעתקה T תהיה ליניארית

סעיפים ב'-ג' מתייחסים לטרנספורמציה הליניארית $T: \mathbf{R}^5 \rightarrow \mathbf{R}^5$,

ותהי $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ קבוצת וקטורים המהווה בסיס למרחב $\mathbf{R}^5$.

ב. נתון כי $T(v_1) = v_2$, $T(v_2) = v_3$, $T(v_3) = v_4$, $T(v_4) = v_5$

בחר בהיגד הנכון לגבי $T(v_5)$:

1. $T(v_5)$ הוא צירוף ליניארי של הקבוצה $\{T(v_1), T(v_2), T(v_3), T(v_4)\}$

2. $T(v_5)$ בלתי תלוי ליניארית בקבוצה $\{T(v_1), T(v_2), T(v_3), T(v_4)\}$

3. $T(v_5) = v_1$

4. אם $T(v_5) = v_2$ אז T אינה פונקצייה חד-חד-ערכית

ג. בחר בהיגד שאינו נכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. הקבוצה $\{T(v_1), T(v_2), T(v_3), T(v_4), T(v_5)\}$ תהיה תמיד בלתי תלויה ליניארית מכיוון שהקבוצה B היא בסיס

2. הקבוצה $\{T(v_1), T(v_2), T(v_3), T(v_4), T(v_5)\}$ תהיה בלתי תלויה ליניארית רק כאשר $\text{Ker } T = \{0\}$

3. אם T היא פונקצייה חד-חד-ערכית אז T היא גם פונקצייה-על

4. אם T היא פונקצייה-על אז T היא גם פונקצייה חד-חד-ערכית

הסעיפים ד'-ה' מתייחסים לטרנספורמציה הליניארית $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ המיוצגת על-ידי המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

ד. מהו הערך של $\dim \text{Ker} T$?

0 .1

1 .2

2 .3

3 .4

ה. מהו הערך של $\text{Im} T$?

0 .1

1 .2

2 .3

3 .4

שאלה 5

הסעיפים א'–ב' מתייחסים לטרנספורמציה הליניארית $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ שמקיימת את התנאי הזה:

$$T(v) = Av \quad \text{לכל } v \in \mathbb{R}^3, \text{ כאשר } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

א. מהי מכפלת הערכים העצמיים של T ?

1. -4

2. -2

3. 0

4. 4

ב. בחר בהיגד שאינו נכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. קיים וקטור $v \in \mathbb{R}^3$ כך ש- $T(v) = 0$

2. קיים וקטור $v \in \mathbb{R}^3$ כך ש- $T(v) = 4v$

3. הווקטור $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ הוא וקטור עצמי של T

4. הווקטור $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ הוא וקטור עצמי של T

ג. תהי $S: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ טרנספורמציה ליניארית.

בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. $\dim \text{Ker} S + \dim \text{Im} S = 3$

2. ייתכן ש- $\text{Ker} S = \text{Im} S$

3. אם v מאונך ל- w כלשהו אז $S(v)$ מאונך ל- $S(w)$

4. ייתכן ש- $\dim \text{Im} S - \dim \text{Ker} S = 2$

הסעיפים ד'-ה' מתייחסים לטרנספורמציה הליניארית $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ המיוצגת על-ידי המטריצה A ,

$$\text{כך ש- } \dim \text{Ker} T = 2, \text{ ו- } T \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

ד. בחר בהיגד שאינו נכון מבין ההיגדים שלהלן:

$$1. \dim \text{Im} T = 1$$

$$2. T \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}$$

3. T היא פונקצייה חד-חד-ערכית

4. 2 הוא ערך עצמי של T

ה. בחר בהיגד שאינו נכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. ההעתקה T היא פונקצייה-על

2. דרגת השורות של המטריצה A היא 1

3. A^2 היא מטריצה שאינה הפיכה

$$4. |A - 2I| = 0$$

פרק שני (36 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 18 נקודות).

בכל אחת מן השאלות 6-8 נתונים שבעה סעיפים. בכל סעיף נתונות ארבע תשובות, שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף בחר את התשובה הנכונה, והקף בעיגול את הספרה המייצגת אותה בדף התשובות שבנספח א'. בשאלות שבחרת לענות עליהן, ענה על כל הסעיפים.

שאלה 6 (18 נקודות)

בשאלה זו שבעה סעיפים, א'-ז'. ענה על כל הסעיפים.

להלן בעיה פרימלית של תכנון ליניארי:

$$\max \{z = x_1 + 3x_2 + 4x_3\}$$

$$\text{st: } 1) -x_1 + 8x_2 - x_3 \leq 145$$

$$2) 2x_1 - x_2 + 10x_3 \leq 100$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

נתון כי הפתרון האופטימלי היחיד של הבעיה הפרימלית הוא: $x_1 = 63, x_2 = 26, x_3 = 0$

וכן כי הפתרון האופטימלי היחיד של הבעיה הדואלית הוא: $y_1 = 7/15, y_2 = 11/15$, כאשר המשתנה y_i מתאים לאילוץ הפרימלי ה- i בעבור $i = 1, 2$.

המשתנים s_1 ו- s_2 הם משתני סרק בעבור האילוצים 1 ו-2 בהתאמה.

לאחר ביצוע כמה איטרציות של אלגוריתם הסימפלקס בעבור הבעיה הנתונה, מתקבלת הטבלה הסופית שלהלן:

	z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	RHS
z	1	a	b	q	c	d	h
	0	0	1	8/15	2/15	1/15	f
	0	1	0	79/15	1/15	8/15	e

2.5 נק') א. מהם המשתנים הבסיסיים בבעיה הפרימלית?

1. x_1, x_2, x_3

2. x_1, x_2

3. y_1, y_2

4. s_1, s_2

(2.5 נק') ב. מהם ערכיהם של a ו- b ?

1. $a = 0, b = 0$

2. $a = 0, b = 1$

3. $a = 1, b = 1$

4. $a = -1, b = 1$

(2.5 נק') ג. בחר בהיגד הנכון לגבי ערכם של q ושל h :

1. $q < 0, h = 141$

2. $q = 0, h = 142$

3. $q > 0, h = 141$

4. $q > 0, h = 142$

(2.5 נק') ד. מהם ערכיהם של c ו- d ?

1. $c = 0, d = 0$

2. $c = 11/15, d = 7/15$

3. $c = 7/15, d = 11/15$

4. $c = 63, d = 26$

(2.5 נק') ה. מהו סכומם של e ו- f ?

1. 91

2. 90

3. 89

4. $18/15$

2.5) נק' 1. מוסיפים לבעיה הפרימלית המקורית את האילוץ $x_1 + x_2 \leq 70$.

בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. הערך האופטימלי של הבעיה החדשה יהיה קטן מ-141

2. הערך האופטימלי של הבעיה החדשה יהיה שווה ל-141

3. הערך האופטימלי של הבעיה החדשה יהיה גדול מ-141

4. לבעיה החדשה אין פתרון אפשרי

3) נק' 2. מוסיפים לבעיה הפרימלית המקורית משתנה חדש x_4 , כאשר $x_4 \geq 0$, ומתקבלת בעיה חדשה:

$$\max \{z = x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4\}$$

$$\text{st: } 1) -x_1 + 8x_2 - x_3 + x_4 \leq 145$$

$$2) 2x_1 - x_2 + 10x_3 + 2x_4 \leq 100$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. הערך האופטימלי של הבעיה החדשה יהיה קטן מ-141

2. הערך האופטימלי של הבעיה החדשה יהיה גדול או שווה ל-141

3. לבעיה הדואלית החדשה ערך אופטימלי שאינו חסום

4. לבעיה הפרימלית החדשה ערך אופטימלי שאינו חסום

שאלה 7 (18 נקודות)

בשאלה זו **שבעה** סעיפים, א'-ז'. ענה על **כל** הסעיפים.

(2.5 נק') **א.** בטבלה שלפניך מוצגים נתוני היצע וביקוש חלקיים בעבור בעיית תובלה כלשהי.

המשתנים A-E בטבלה מייצגים פתרון אפשרי, ונתון כי $x_{31} = 40$ בפתרון הבסיסי האפשרי של הבעיה.

מקורות	יעדים				היצע
	1	2	3	4	
1			C		s_1
2		A	D		60
3	40	B		E	70
ביקוש	d_1	70	60	d_4	

איזה מבין ההיגדים שלהלן מתאים להשלמת הערכים החסרים בטבלה הנתונה?

1. $A = 40, B = 30, C = 50, D = 10, E = 10, d_1 = 40, d_4 = 10, s_1 = 50$

2. $A = 50, B = 20, C = 50, D = 10, E = 10, d_1 = 40, d_4 = 10, s_1 = 50$

3. $A = 50, B = 20, C = 50, D = 10, E = 20, d_1 = 40, d_4 = 20, s_1 = 50$

4. $A = 60, B = 10, C = 60, D = 10, E = 20, d_1 = 10, d_4 = 20, s_1 = 60$

(2.5 נק') **ב.** בטבלה שלפניך מוצגים נתוני ההיצע והביקוש בעבור בעיית תובלה כלשהי:

מקורות	יעדים					היצע
	1	2	3	4	5	
1						80
2						50
3						70
4						40
ביקוש	50	40	50	80	20	

מהו פתרון בסיסי אפשרי לבעיית התובלה הנתונה שמתקבל בשיטת "הפינה הצפונית-מערבית" ?

1. $x_{11} = 40, x_{12} = 40, x_{21} = 10, x_{23} = 40, x_{33} = 10, x_{34} = 60, x_{44} = 20, x_{45} = 20$

2. $x_{11} = 50, x_{12} = 30, x_{22} = 10, x_{23} = 40, x_{33} = 10, x_{34} = 60, x_{44} = 20, x_{45} = 20$

3. $x_{11} = 50, x_{12} = 30, x_{22} = 10, x_{23} = 40, x_{33} = 10, x_{34} = 60, x_{44} = 20, x_{45} = 40$

4. $x_{11} = 50, x_{12} = 20, x_{13} = 10, x_{22} = 20, x_{23} = 30, x_{33} = 10, x_{34} = 60, x_{44} = 20, x_{45} = 20$

ג. (2.5 נק') להלן פתרון לבעיית תובלה כלשהי:

מקורות	יעדים				היצע	u
	1	2	3	4		
1	2 (30)	6 (10)	3	5	40	u_1
2	5	4 (50)	8 (30)	7	80	u_2
3	3	8	1 (20)	10 (20)	40	u_3
ביקוש	30	60	50	20		
v	v_1	v_2	v_3	v_4		

קבע איזה מבין ההיגדים שלהלן הוא ההיגד הנכון:

1. הפתרון הנתון אינו פתרון אפשרי
2. הפתרון הנתון הוא פתרון אפשרי אך לא בסיסי
3. הפתרון הנתון הוא פתרון בסיסי אפשרי אך לא אופטימלי
4. הפתרון הנתון הוא פתרון בסיסי אופטימלי

ד. (3 נק') בטבלה שלפניך נתון פתרון בסיסי אפשרי לבעיית תובלה כלשהי:

מקורות	יעדים			היצע	u
	1	2	3		
1	α	8 (70)	α	70	$u_1 = 1$
2	β	5 (30)	3 (20)	50	$u_2 = -2$
3	2 (50)	β	5 (50)	100	$u_3 = 0$
ביקוש	50	100	70		
v	$v_1 = 2$	$v_2 = 7$	$v_3 = 5$		

בעבור אילו ערכי α ו- β הפתרון הנתון יהיה אופטימלי?

1. בעבור $\alpha \geq 6$ ו- $\beta \geq 7$

2. בעבור $\alpha \geq 6$ ו- $\beta \geq 0$

3. בעבור $\alpha \geq 3$ ו- $\beta \geq 7$

4. בעבור $\alpha \geq 0$ ו- $\beta \geq 0$

ה. (2.5 נק') בטבלה שלפניך נתון פתרון בסיסי אפשרי לבעיית תובלה כלשהי:

מקורות	יעדים			היצע	u
	1	2	3		
1	2 (30)	5 (10)	9	40	
2	5	4 (60)	2	60	
3	7	3 (30)	8 (50)	80	
ביקוש	30	100	50		
v					

אילו ערכים של u ו- v אינם מתאימים לפתרון הנתון?

1. $u_1 = 2, u_2 = 1, u_3 = 0, v_1 = 0, v_2 = 3, v_3 = 8$

2. $u_1 = 0, u_2 = -1, u_3 = -2, v_1 = 2, v_2 = 5, v_3 = 10$

3. $u_1 = 2, u_2 = 1, u_3 = 0, v_1 = 1, v_2 = 3, v_3 = 8$

4. $u_1 = 1, u_2 = 0, u_3 = -1, v_1 = 1, v_2 = 4, v_3 = 9$

2.5 נק') 1. בטבלה שלפניך מתוארת בעיית השמה (בעיית מינימיזציה):

עובדים	משימות			
	1	2	3	4
אלון	8	5	2	3
בני	5	9	3	7
דנה	2	1	8	5
רון	10	8	6	7

בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. 15 הוא הערך האופטימלי של הבעיה, ולבעיה יש פתרון אופטימלי יחיד
2. 15 הוא הערך האופטימלי של הבעיה, ולבעיה יש כמה פתרונות אופטימליים
3. 17 הוא הערך האופטימלי של הבעיה, ולבעיה יש פתרון אופטימלי יחיד
4. 17 הוא הערך האופטימלי של הבעיה, ולבעיה יש כמה פתרונות אופטימליים

2.5 נק') 2. בהמשך לסעיף הקודם - מוסיפים α לכל אחד מן הערכים שבשורה הראשונה, ומוסיפים β לכל אחד מן הערכים שבעמודה הימנית.

מתקבלת הטבלה שלהלן:

עובדים	משימות			
	1	2	3	4
אלון	$8 + \alpha$	$5 + \alpha$	$2 + \alpha$	$3 + \alpha + \beta$
בני	5	9	3	$7 + \beta$
דנה	2	1	8	$5 + \beta$
רון	10	8	6	$7 + \beta$

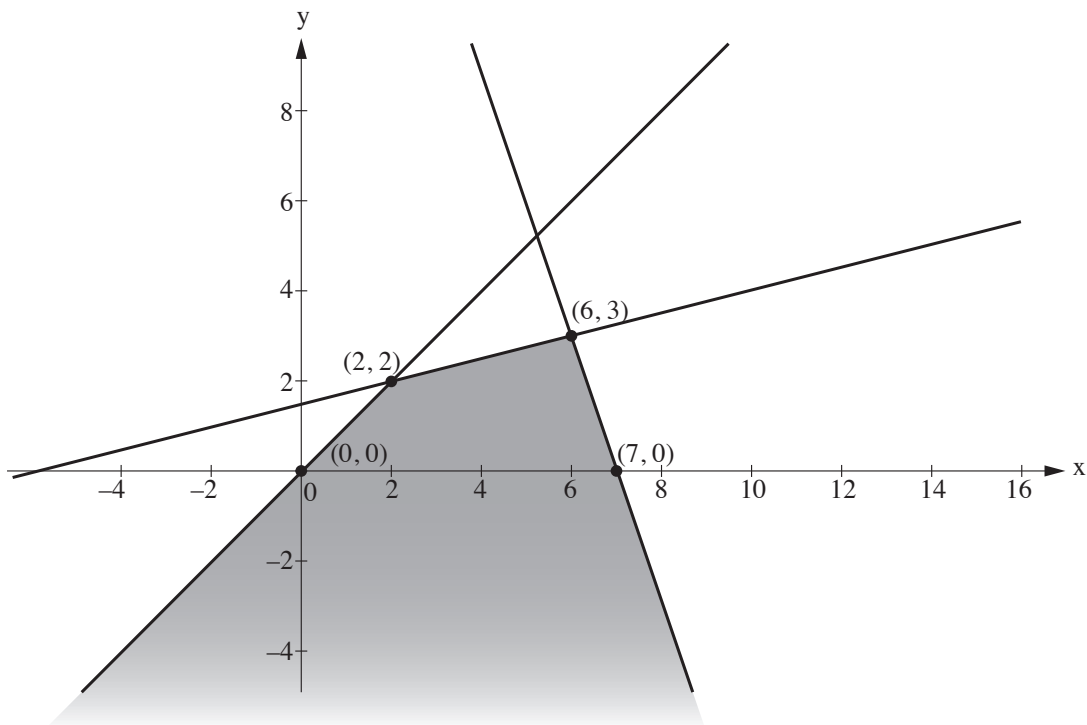
בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. הפתרון האופטימלי לא ישתנה, והערך האופטימלי לא ישתנה
2. הפתרון האופטימלי ישתנה, והערך האופטימלי יגדל ב- $\alpha + \beta$
3. הפתרון האופטימלי לא ישתנה, והערך האופטימלי יגדל ב- $\alpha + \beta$
4. הפתרון האופטימלי לא ישתנה, והערך האופטימלי יגדל ב- $4\alpha + 4\beta$

שאלה 8 (18 נקודות)

בשאלה זו **שבעה** סעיפים, א'-ז'. ענה על **כל** הסעיפים.

להלן סרטוט של מערכת אילוצים לבעיית תכנון ליניארי מסוימת. השטח האפור מהווה את תחום הפתרונות האפשריים של הבעיה.



איור לשאלה 8

2.5 נק' א. מהי מערכת האילוצים המתאימה לבעיה?

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-4y \geq -6 \\ -3x-y \geq -21 \end{cases} \quad .1$$

$$\begin{cases} x-y \leq 0 \\ x-4y \geq -6 \\ -3x-y \geq -21 \end{cases} \quad .2$$

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-4y \geq -6 \\ -3x-y \leq -21 \end{cases} \quad .3$$

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-4y \geq -6 \\ -3x-y \geq -21 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad .4$$

2.5 נק') ב. נתונה פונקציית המטרה $\max \{z = -2x + 8y\}$.

בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. לבעיה פתרון אופטימלי שאינו חסום
2. לבעיה אינסוף פתרונות אופטימליים
3. לבעיה פתרון אופטימלי יחיד בנקודה (0,0)
4. לבעיה פתרון אופטימלי יחיד בנקודה (7,0)

2.5 נק') ג. נתונה פונקציית המטרה $\min \{z = -2x + 8y\}$.

בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. לבעיה פתרון אופטימלי שאינו חסום
2. לבעיה אינסוף פתרונות אופטימליים
3. לבעיה פתרון אופטימלי יחיד בנקודה (2,2)
4. לבעיה פתרון אופטימלי יחיד בנקודה (7,0)

2.5 נק') ד. מוסיפים למערכת האילוצים המקורית את האילוצים $x \geq 0$ ו- $y \geq 0$.

בהינתן פונקציית המטרה $\max \{z = x + y\}$, מה יהיה ערך אופטימלי של הבעיה?

1. 9
2. 7
3. 4
4. 0

2.5 נק') ה. מוסיפים למערכת האילוצים המקורית את האילוצים $x \geq 0$ ו- $y \geq 0$.

בהינתן פונקציית המטרה $\max \{z = kx + y\}$, בעבור אילו ערכים של k יהיה לבעיה פתרון אופטימלי יחיד

בנקודה (0,0)?

1. בעבור $k < -1$
2. בעבור $k < -0.5$
3. בעבור $k < 0$
4. לא קיים ערך כזה של k

2.5 נק') ו. מוסיפים למערכת האילוצים המקורית את האילוצים $x \geq 0$ ו- $y \geq 0$, בהינתן פונקציית המטרה $\max\{z = kx + y\}$.

בחר בהיגד הנכון מבין ההיגדים שלהלן:

1. לא קיים ערך של k שבעבורו יש לבעיה פתרון אופטימלי יחיד בנקודה (2,2)
2. לא קיים ערך של k שבעבורו יש לבעיה פתרון אופטימלי יחיד בנקודה (6,3)
3. לא קיים ערך של k שבעבורו יש לבעיה אינסוף פתרונות אופטימליים
4. לא קיים ערך של k שבעבורו לבעיה פתרון אופטימלי שאינו חסום

3 נק') ז. מוסיפים למערכת האילוצים המקורית את האילוצים $x \geq 0$ ו- $y \geq 0$. בהינתן פונקציית המטרה $\max\{z = kx + y\}$, בעבור אילו ערכים של k יהיה לבעיה ערך אופטימלי הקטן או השווה ל-7?

1. בעבור $k \leq 2.5$
2. בעבור $k \leq 1$
3. בעבור $k \leq \frac{2}{3}$
4. לא קיים ערך כזה של k

הדבק את מדבקת הנבחן שלך במקום המיועד לכך בדף התשובות, והדק אותו למחברת הבחינה.

בהצלחה!

הדבק את מדבקת הנבחן שלך במקום המיועד לכך, והדק את הדף הזה למחברת הבחינה שלך.

הקף בעיגול את הספרה המייצגת את התשובה הנכונה לכל סעיף.

שאלה 1					שאלה 2					שאלה 3					שאלה 4				
סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4
סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4
סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4
סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4
סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4
שאלה 5					שאלה 6					שאלה 7					שאלה 8				
סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4
סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4
סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4
סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4
סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4
סעיף ו					סעיף ו	1	2	3	4	סעיף ו	1	2	3	4	סעיף ו	1	2	3	4
סעיף ז					סעיף ז	1	2	3	4	סעיף ז	1	2	3	4	סעיף ז	1	2	3	4

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
פרק ראשון - אלגברה לינארית			
infinite number of solutions	бесконечное число решений	عدد غير نهائيّ من الحلول	אינסוף פתרונות
base	основание, базис	أساس	בסיס
dual	Двойственность	مُزدَوِّج	דואלי
determinant	Определитель, детерминант	المُحدِّدات	דטרמיננטה
rank	Степень, ранг	درجة	דרגה
vector	Вектор	مُتَّجه	וקטור
one-one correspondence	Инъекция, одно-однозначное отображение	ذات قيمة واحدة	חד-חד-ערכי
transformation	отображение	تحوّل	טרנספורמציה
matrix	матрица	مصفوفة	מטריצה
inverse matrix	обратная матрица	مصفوفة معكوسة	מטריצה הופכית
invertible matrix	Невырожденная матрица	مصفوفة يمكن عكسها	מטריצה הפיכה
dimension	Размерность	بُعد	ממד
system of equations	Система уравнений	هيئة مُعادلات	מערכת משוואות
homogeneous system of equations	однородная система уравнений	هيئة مُعادلات متجانسة	מערכת משוואות הומוגנית
coefficients	коэффициенты	مُعامِلات	מקדמים
space	пространство	بُعد	מרחב
slack variable	дополнительная переменная	مُتغيّر خامل	משתנה סרק
scalar	скаляр	عدديّ	סקלר
onto	Сюръекция	عُلَيّا	על
eigenvalue	собственное число	قيمة ذاتيّة	ערך עצמי

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
פרק שני - תכנון לינארי			
constraint	ограничение, неравенство	إجبار	אילוץ
demand	спрос	الطلب	ביקוש
primal problem	Прямая задача	مشكلة بدائيّة	בעיה פרימלית
transportation problem	Транспортная задача	مشكلة النقل	בעיית תובלה
supply	Предложение	العرض	היצע
simplex tableau	симплекс-таблица	جدول بسيط	טבלת סימפלקס
dummy target	"свалка" — дополнительный пункт, куда свозят все лишнее производство	هدف وهمي	יעד דמה
free variable	неограниченный по знаку	مُتغيّر حرّ (متغيّر غير مُرمّز)	לא מוגבל בסימן
dummy source	дополнительный (искусственный) производитель	مصدر وهمي	מקור דמה
basic variable	базисная переменная	مُتغيّر أساسي	משתנה בסיסי
cost	стоимость	تكلفة	עלות
objective function	целевая функция	وظيفة هادفة	פונקציית מטרה
parameter	Параметр	بارامتر	פרמטר
optimal solution	оптимальное решение	الحلّ الأمثل	פתרון אופטימלי
bounded solution	ограниченное решение	حلّ مسدود	פתרון חסום
unique solution	единственное решение	حلّ وحيد	פתרון יחיד
vertex	вершина	رأس	קודקוד
linear combination	линейная комбинация	مزيج خطّي	קומבינציה ליניארית
northwestern corner method	Метод северо-западного угла	طريقة الركن الشمالي الغربي	שיטת "הפינה הצפון-מערבית"
feasible solutions set	область допустимых решений	مجال الحلول المُمكنة	תחום הפתרונות האפשריים
linear programming	Линейное программирование	البرمجة الخطيّة	תכנון ליניארי
linear dependence	линейная зависимость	الاعتماد الخطّي	תלות ליניארית