

Matemáticas

4 unidades de estudio - Segundo cuestionario

Instrucciones para el examen

א. Duración del examen: Una hora y cuarenta y cinco minutos.

ב. Estructura del cuestionario y clave de la evaluación:

Este cuestionario consta de dos partes.

Primera parte — Progresiones, trigonometría del espacio

$$— 1 \times 33 \frac{1}{3} — 33 \frac{1}{3} \text{ puntos}$$

Segunda parte — Crecimiento y decrecimiento, cálculo diferencial e integral de funciones trigonométricas, funciones exponenciales y logarítmicas y funciones potencia

$$— 2 \times 33 \frac{1}{3} — 66 \frac{2}{3} \text{ puntos}$$

$$\text{Total} — 100 \text{ puntos}$$

ג. Material auxiliar permitido

- (1) Una calculadora no gráfica. No se admite la posibilidad de programación con calculadoras programables. El uso de calculadora gráfica o de la capacidad de programación de las calculadoras programables puede causar la anulación del examen.
- (2) Hojas de fórmulas (adjuntas).
- (3) Diccionario hebreo-lengua extranjera / lengua extranjera-hebreo.

ד. Instrucciones especiales:

- (1) No copies la pregunta; indica solo su número.
- (2) Inicia cada respuesta a una nueva pregunta en una nueva hoja. Indica en el cuadernillo las etapas de la resolución, aun en el caso en que realices tus cálculos utilizando la calculadora.
Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Escribe solamente en el cuadernillo del exámen. Escribe "טייטש" en el encabezado de toda página utilizada como borrador. La escritura de borrador en páginas que no pertenecen al cuadernillo del examen puede producir la anulación del examen.

¡Buena Suerte!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — סדרות, טריגונומטריה במרחב

$$— 1 \times 33 \frac{1}{3} — 33 \frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני — גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי

ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות

מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

$$— 2 \times 33 \frac{1}{3} — 66 \frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

$$\text{סה"כ} — 100 \text{ נקודות}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטש" בראש כל עמוד המשמש טייטש.

כתובת טייטש בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Preguntas

Presta atención: Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Primera Parte – Progresiones, trigonometría del espacio ($33\frac{1}{3}$ puntos)

Responde a una de las preguntas 1– 2.

Presta atención: Si respondes a más de una pregunta, se corregirá solo la primera que aparezca en el cuadernillo de examen.

Progresiones

1. Se da una progresión geométrica infinita de razón $\frac{1}{4}$ y su suma es $9\frac{1}{3}$.

א. Halla el primer término de la progresión.

Entre cada dos términos adyacentes de la progresión se agregó un nuevo término, y de esta manera se obtuvo una nueva progresión geométrica infinita, cuyos términos son todos positivos.

ב. ¿Cuál es la razón de la nueva progresión? Justifica tu respuesta.

ג. Para cada una de las siguientes proposiciones, I-II, determina si la proposición es correcta o incorrecta. Justifica tu respuesta.

I) El quinto término de la nueva progresión es igual al décimo término de la progresión dada.

II) La suma de los términos que se hallan en los lugares pares de la nueva progresión es $\frac{1}{2}$ de la suma de la progresión dada.

Trigonometría del espacio

2. $ABCA'B'C'$ es un prisma triangular recto (ver dibujo).

La base del prisma, ABC , es un triángulo rectángulo isósceles ($\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC$).

Se da que la altura del prisma es 8 y el largo de la hipotenusa de la base del prisma es igual a $4\sqrt{2}$.

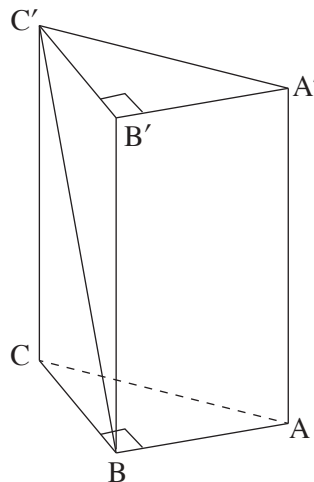
א. Halla la magnitud del ángulo formado entre la diagonal de la cara lateral $BB'C'C$ y la base del prisma.

ב. Halla la magnitud del ángulo $AC'B$.

ג. Halla el área del triángulo $AC'B$.

El punto D es el punto medio del lado CB .

ד. Calcula la longitud del segmento $A'D$.



**Segunda Parte – Crecimiento y decrecimiento, cálculo diferencial e integral
de funciones trigonométricas, funciones exponenciales y logarítmicas
y funciones potencia** ($66\frac{2}{3}$ puntos)

Responde a dos de las preguntas 3 – 5 (cada pregunta – $33\frac{1}{3}$ puntos).

Presta atención: Si respondes a más de dos preguntas, serán corregidas únicamente las dos primeras respuestas que aparezcan en tu cuadernillo.

3. Se da la función $f(x) = \sin 2x$, definida en el intervalo $0 \leq x \leq \pi$.

Responde a los apartados א - ג para el intervalo $0 \leq x \leq \pi$.

- א. (1) Halla las coordenadas de los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes.
(2) Halla las coordenadas de los puntos extremo de la función $f(x)$, y determina su tipo.
(3) Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.

Se da la función $g(x) = 2 \sin x$, definida ella también en el intervalo $0 \leq x \leq \pi$.

- ב. Halla las coordenadas de los puntos de intersección del gráfico de la función $g(x)$ con el gráfico de la función $f(x)$.

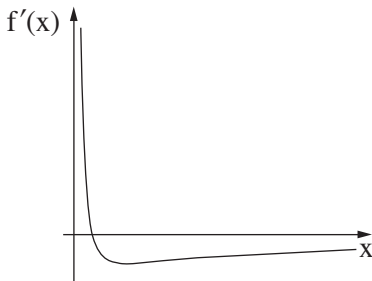
Dato: en el intervalo dado, aparte de los puntos que hallaste en el apartado ב, el gráfico de la función $g(x)$ se halla sobre el gráfico de la función $f(x)$.

- ג. Calcula el área encerrada entre los gráficos de las funciones $f(x)$ y $g(x)$, en el intervalo dado.

4. Se da la función $f(x) = 9 - (\ln x)^2$.

- א. (1) ¿Cuál es el dominio de definición de la función $f(x)$?
(2) Halla las coordenadas de los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes (si los hay).
(3) Halla las coordenadas del punto extremo de la función $f(x)$ y determina su tipo.
(4) Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.

El siguiente dibujo describe el gráfico de la función derivada, $f'(x)$.



- ב. Calcula el área delimitada por el gráfico de la función derivada $f'(x)$, por la recta $x = e$ y por el eje x .

5. La cantidad de una sustancia radioactiva decae de manera logarítmica.

En cierto día se midió una cantidad inicial de esta sustancia.

Un año después de la primera medición restaba de la sustancia una cantidad de $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ kg.

5 años después del día de la primera medición restaba de la sustancia una cantidad de $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ kg.

- א. Halla la constante de decaimiento [קצב הדעיכה] de la sustancia y la cantidad que había inicialmente.

Se da la función $g(x) = 3^{-2x}$ definida para todo $x \geq 0$.

La función $g(x)$ describe la cantidad de sustancia x años después de la medición inicial.

- ב. (1) Halla las coordenadas de los puntos de intersección del gráfico de la función $g(x)$ con los ejes (si los hay).
(2) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $g(x)$ (si los hay).
(3) Traza un esbozo del gráfico de la función $g(x)$ para $x \geq 0$.

!Buena Suerte!

Los derechos de autor están reservados al Estado de Israel
Se prohíbe su copia o publicación salvo autorización
expresa del Ministerio de Educación

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך