

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: зима 2020 года

Номер вопросника: 035581

Приложение: листы с формулами
для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: חורף תש"ף, 2020

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות
ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра и теория вероятности —

(2×20) — 40 баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости —

(1×20) — 20 баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление
полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций
и тригонометрических функций —

(2×20) — 40 баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе
с калькулятором, который предоставляет возможности
программирования, запрещается использовать эти
возможности. Использование калькулятора с графическим
дисплеем или возможностей программирования может
привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь по выбору ученика.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.
Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае,
когда вычисления производились с помощью калькулятора).
Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно,
ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись
решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет
снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами
под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может
привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

— 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

— 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות

רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

— 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון הניתן

לתכנות. שימוש במחשבון גרפי

או באפשרויות התכנות במחשבון

עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון. הסבר את כל

פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה

ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה

בציון או לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности

(40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два ответа в вашей тетради.

1. Расстояние между городом 'א и городом 'ב равно 96 км.

Легковая машина и грузовик одновременно выехали из города 'א в направлении города 'ב.

Вначале легковая машина ехала с постоянной скоростью V_1 км/час.

После того как она проехала 15 км, она остановилась на обочине дороги на полчаса, чтобы починить неисправность.

После починки неисправности легковая машина продолжала ехать с постоянной скоростью 90 км/час.

Грузовик ехал всю дорогу с постоянной скоростью V_2 км/час.

Он проехал мимо легковой машины через 3 минуты после того, как та остановилась на обочине.

Легковая машина и грузовик прибыли в город 'ב в одно и то же время.

(א) Найдите V_1 и V_2 .

(ב) Через сколько времени после того, как легковая машина и грузовик отправились в путь, расстояние между ними составляло 3 км? (Найдите два из трех случаев).

2. a_n – арифметическая прогрессия.

k и p – натуральные числа. $k < p$.

Дано: $a_k = p$, $a_p = k$.

(*) (1) Докажите, что разность прогрессии a_n равна -1 .

(2) Выразите a_1 при помощи k и p .

Последовательность c_n задана так: $c_n = a_n - n$.

Дано, что сумма 6 первых членов последовательности c_n равна 0.

(*) (1) Найдите a_1 .

(2) Каковы значения k и p ? Найдите все возможные ответы.

(*) Вычислите сумму $(c_1 - c_2)^2 + (c_3 - c_4)^2 + \dots + (c_{99} - c_{100})^2$. Обоснуйте свой ответ.

3. В коробке находится 12 шаров. Большинство из них синие, а остальные – красные.

Случайным образом извлекли из коробки один шар, вернули его в коробку и вновь случайным образом извлекли из коробки шар и вернули его в коробку.

Вероятность того, что два извлечённых шара были разного цвета, составляет $\frac{4}{9}$.

(*) Найдите, сколько синих шаров находится в коробке.

(*) В коробку добавили желтые шары.

После добавления желтых шаров случайным образом извлекли из коробки один шар, вернули его в коробку и вновь случайным образом извлекли из коробки шар и вернули его в коробку.

Вероятность того, что извлекли два шара разного цвета, по-прежнему составляет $\frac{4}{9}$.

Сколько желтых шаров добавили в коробку?

Все желтые шары переложили в другое место и оставили в коробке только синие и красные шары.

(*) Случайным образом извлекали из коробки шары один за другим (не возвращая их) до извлечения красного шара.

Какова вероятность того, что число извлечений будет больше 3?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. AD и CE – биссектрисы в треугольнике ABC, а точка их пересечения – точка F.

Дано: $\angle ABC = 60^\circ$.

(а) Докажите, что можно вписать четырехугольник BDFE в окружность.

Дано: FB – это диаметр окружности, описанной вокруг четырехугольника BDFE.

(б) Докажите, что треугольник ABC – равносторонний.

Продолжение отрезка BF пересекает сторону AC в точке G.

(в) Докажите, что отрезок FG равен по длине радиусу окружности, описанной вокруг четырехугольника BDFE.

Через точку F проводят касательную к окружности, описанной вокруг четырехугольника BDFE.

Эта касательная пересекает стороны BA и BC в точках K и L соответственно.

(г) Найдите отношение $\frac{KL}{AC}$. Обоснуйте свой ответ.

5. В треугольнике ABC точки D и F расположены на сторонах BA и BC соответственно, так что $DF \parallel AC$.

Точки G и N – такие точки на стороне AC, что четырехугольник DFNG является равнобедренной трапецией, как показано на чертеже.

Обозначим: $\angle BAC = \alpha$, $\angle FNC = \beta$.

Дано: $AD = 7$, $FC = 4$, $\angle FCN = 2\alpha$

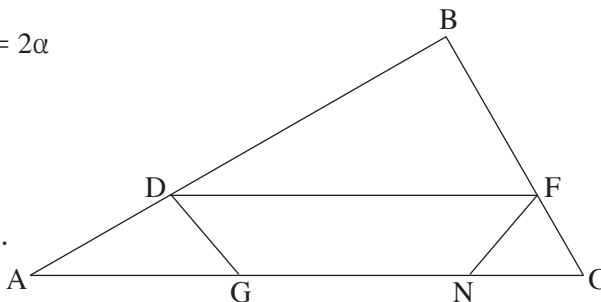
(а) (1) Покажите, что $\frac{FN}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sin \beta}$.

(2) Вычислите α .

Дано: площадь треугольника BDF равна 56.

(б) Найдите длину отрезка DF.

(в) Каково отношение между радиусом окружности, описанной вокруг треугольника FCN, и радиусом окружности, описанной вокруг треугольника DAG? Обоснуйте свой ответ.



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций и тригонометрических функций (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два ответа в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = \frac{6}{2\cos^2 x - 5\cos x - 3}$ в области $0 \leq x \leq 2\pi$.

Ответьте на вопросы пунктов (א)-(ג) для данной области.

- (א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
(2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
(3) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $h(x) = |f(x) + 2|$, область определения которой идентична области определения функции $f(x)$.

- (ג) (1) Начертите схематический график функции $h(x)$.
(2) k – параметр. Найдите все значения k , при которых прямая $y = k$ пересекает график функции $h(x)$ в четырех различных точках.

Дана функция $g(x) = |f(x)| + 2$, область определения которой идентична области определения функции $f(x)$.

- (א) Верно ли для любого x в этой области определения $h(x) < g(x)$? Обоснуйте свой ответ.

7. Дана функция $f(x) = \frac{3x}{4x^2 - 1}$, область определения которой $x \neq \pm \frac{1}{2}$.

(*) (1) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).

(2) Найдите области положительных и отрицательных значений функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = \sqrt{\frac{3x}{4x^2 - 1}}$.

(*) (1) Какова область определения функции $g(x)$?

(2) Каковы уравнения асимптот функции $g(x)$, перпендикулярных осям координат?

Дано, что у функции $g(x)$ есть ровно одна точка перегиба. Координата x этой точки меньше нуля.

(*) (1) Начертите схематический график функции $g(x)$.

(2) Начертите схематический график функции производной $g'(x)$.

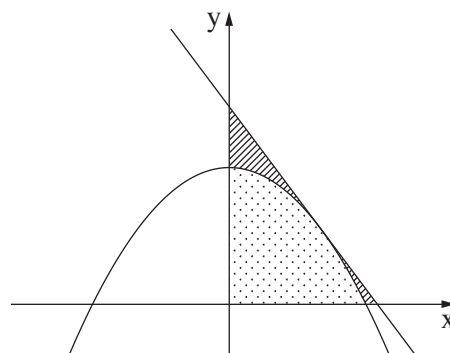
(7) Какова область определения функции $h(x) = \frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{4x^2 - 1}}$?

8. Дана функция $f(x) = -x^2 + 1$.

t – параметр. Дано: $0 < t < 1$.

В точке, в которой $x = t$, провели касательную к графику функции $f(x)$ (смотрите чертеж).

(*) Покажите, что уравнение этой касательной $y = -2tx + t^2 + 1$.



Обозначим через S площадь заштрихованной фигуры на чертеже (фигура, заключенная между графиком функции $f(x)$, этой касательной и осями координат).

(*) Найдите, для какого значения t площадь фигуры S является минимальной. Вы можете оставить в своем ответе знак корня.

Обозначим через A площадь фигуры, обозначенной точками (фигура в первом квадранте, заключенная между графиком функции $f(x)$ и осями координат).

(*) Для каждого из двух приведенных ниже утверждений (i – ii) определите, верно оно или неверно. Обоснуйте свой ответ.

i) Существует значение t , при котором $\frac{A}{S}$ является максимальным.

ii) Существует значение t , при котором $\frac{A}{S}$ является минимальным.

Желаем успеха!

בהצלחה!