

Государство Израиль
 Министерство просвещения
 Тип экзамена: на аттестат зрелости
 Время проведения экзамена: зима 2020 года
 Номер вопросника: 035481
 Приложение: листы с формулами
 для уровня в 4 единицы обучения
 Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל
 משרד החינוך
 סוג הבחינה: בגרות
 מועד הבחינה: חורף תש"ף, 2020
 מספר השאלון: 035481
 נספח: דפי נוסחאות
 ל-4 יחידות לימוד
 תרגום לרוסית (5)

Математика первый вопросник – 4 единицы обучения

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

- а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
 В этом вопроснике три раздела.
 Раздел первый: алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности — $2 \times 20 = 40$ баллов
 Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости — $1 \times 20 = 20$ баллов
 Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня — $2 \times 20 = 40$ баллов
 Всего — 100 баллов

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
 בשאלון זה שלושה פרקים.
 פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות — $20 \times 2 = 40$ נקודות
 פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור — $20 \times 1 = 20$ נקודות
 פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש — $20 \times 2 = 40$ נקודות
 סה"כ — 100 נקודות

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь по выбору ученика.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
 כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

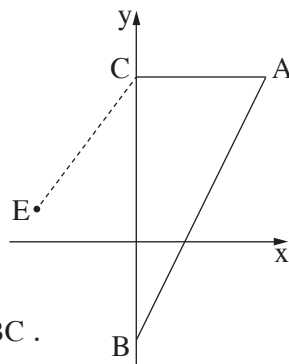
Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.
Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два ответа в вашей тетради.

1. Цена входного билета в музей для взрослого составляет x шекелей.
Цена билета в музей для взрослого в 2 раза больше цены билета для ребенка.
Цена билета для студента на 25% ниже цены билета для взрослого.
($\times$) При помощи x выразите цену билета для ребенка и цену билета для студента.
В воскресенье музей посетили только взрослые.
Общий доход музея от продажи билетов в воскресенье составил 1560 шекелей.
В понедельник музей посетили только дети и студенты. Число детей, посетивших музей в понедельник, было на 16 больше, чем число взрослых, посетивших музей в воскресенье.
Число студентов, посетивших музей в понедельник, было на 2 меньше, чем число детей, посетивших музей в этот день.
Общий доход музея от продажи билетов в понедельник составил 2912 шекелей.
- ($\square$) (1) Найдите цену входного билета в музей для взрослого.
(2) На сколько процентов число посетителей музея в понедельник было больше, чем число посетителей музея в воскресенье?
2. В треугольнике ABC вершины треугольника B и C лежат на оси y , как показано на чертеже.
Уравнение прямой CA $y = 5$, а уравнение прямой BA $y = 2x - 3$.
($\times$) Найдите координаты точек A, B и C.
Дано, что точка E находится во втором квадранте и что ее координата y равна 1.
Длина отрезка CE равна 5.
($\square$) Найдите координату x точки E.
Точка D – центр окружности, описывающей треугольник ABC.
(λ) Найдите уравнение окружности, описывающей треугольник ABC.
(τ) Где находится точка E: на окружности, описывающей треугольник ABC, внутри этой окружности или вне этой окружности? Обоснуйте свой ответ и приведите подробные вычисления.



/продолжение на странице 3/

3. 80% учеников одиннадцатых классов большой школы выехали на экскурсию.

В одиннадцатых классах учатся мальчики и девочки.

Известно, что 0.75 мальчиков и $\frac{5}{6}$ девочек одиннадцатых классов поехали на экскурсию.

Случайным образом выбрали одного ученика одиннадцатого класса (мальчика или девочку).

(א) (1) Какова вероятность того, что была выбрана девочка?

(2) Какова вероятность того, что была выбрана девочка, поехавшая на экскурсию?

(ב) Известно, что был выбран ученик, поехавший на экскурсию (мальчик или девочка).

Какова вероятность того, что была выбрана девочка?

(ג) Случайным образом выбрали 5 учеников из числа мальчиков и девочек в одиннадцатых классах.

Какова вероятность того, что в точности 3 из них были мальчиками, поехавшими на экскурсию?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

(20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание: если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

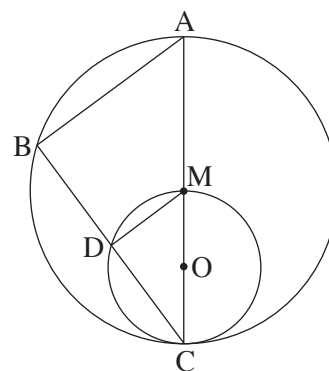
4. На приведенном чертеже изображены две окружности: большая окружность с центром M и маленькая окружность с центром O .

Маленькая окружность касается изнутри большой окружности

в точке C и проходит через точку M (смотрите чертеж).

Отрезок CM проходит через точку O , а его продолжение пересекает большую окружность в точке A .

Через точку C провели еще одну прямую, пересекающую данные окружности в точках D и B , как показано на чертеже.



(*) (1) Докажите: $\angle ABC = \angle MDC$.

(2) Докажите: $\triangle ABC \sim \triangle MDC$.

(*) (1) Докажите, что DM – средняя линия треугольника ABC .

(2) Каково отношение между площадью треугольника ABC и площадью треугольника MDC ? Обоснуйте свой ответ.

(*) Дано: $CO = 2$, $DM = 2.4$.

Вычислите длину отрезка BC .

5. В треугольнике ABD точка C находится на стороне BD (смотрите чертеж).

Дано: $AC = 7$, $CD = 4$, $AD = 10$.

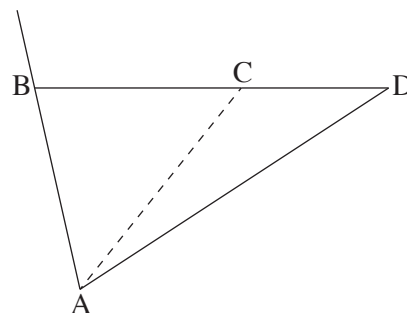
(*) Вычислите величину угла ACD .

Дано: $AB = BC$.

(*) Вычислите площадь треугольника ABD .

Точка E – такая точка на продолжении стороны AB , что площадь треугольника EBD в 4 раза меньше площади треугольника ABD .

(*) Какова длина стороны EB ? Обоснуйте свой ответ.



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два ответа в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$.

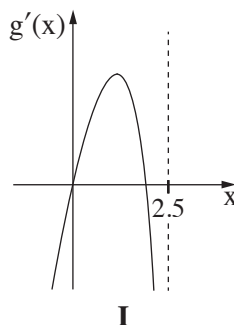
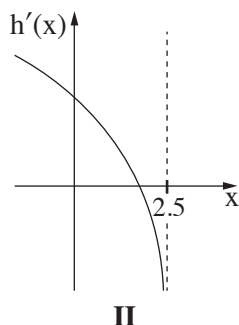
- (а) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (3) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
- В своем ответе оставьте две цифры после десятичного знака.
- (4) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f(x) + c$. c – параметр.

Дано, что точка экстремума функции $g(x)$ находится на оси x .

- (б) (1) Найдите c .
- (2) Начертите схематический график функции $g(x)$.
- (в) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции $g(x)$, прямой $x = -3$ и осью x .

7. Ниже приведены графики функций $g'(x)$ и $h'(x)$, являющиеся функциями производных функций $g(x)$ и $h(x)$, соответственно. Функции производных $g'(x)$ и $h'(x)$ определены в области $x < 2.5$.



- (א) Определите согласно графикам, сколько внутренних точек экстремума есть у функций $g(x)$ и $h(x)$ в области $x < 2.5$. Обоснуйте свой ответ. (В своем ответе основывайтесь на части графика, изображенной на чертеже).

Функция $f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5 - 2x}$ определена в области $x \leq 2.5$.

- (ב) Найдите координаты всех точек экстремума $f(x)$ и определите их тип.
 (ג) Начертите схематический график функции $f(x)$.
 (ד) Один из приведенных в начале вопроса графиков (I-II) является графиком функции производной $f'(x)$. Определите, какой из них является графиком $f'(x)$. Обоснуйте свой ответ.
 (ה) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$ и осью x в первом квадранте.

8. График функции $f(x) = -x^2 + 4x$ проходит через точку начала координат, O , и пересекает ось x в еще одной точке, C (смотрите чертеж).

- (א) Найдите координаты точки C .

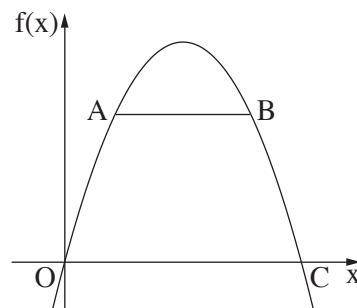
Точки A и B располагаются на графике функции $f(x)$ в первом квадранте, как показано на чертеже.

Обозначим координату x точки A через x .

Дано, что координата x точки B равна $(4 - x)$.

- (ב) Объясните, почему прямая AB параллельна оси x .

- (ג) Найдите такую координату x точки A , для которой площадь трапеции $OABC$ максимальна.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך