

Mathématiques
5 unités d'étude - deuxième questionnaire

Instructions au candidat

- א. Durée de l'examen : deux heures et quart.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte deux parties.
Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.
 $2 \times 33 \frac{1}{3} - 66 \frac{2}{3}$ points
Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques.
 $1 \times 33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3}$ points
Total — 100 points
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (jointes au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice. Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance!

מתמטיקה
5 יחידות לימוד - שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 $2 \times 33 \frac{1}{3} - 66 \frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $1 \times 33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes ($66\frac{2}{3}$ points)

Répondez à deux des questions 1-3 ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Le point A se trouve sur l'ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ dans le premier quadrant. a et b sont des paramètres positifs.

Données : $a > b$, la longueur du grand axe de l'ellipse vaut 13.

F_1 et F_2 sont les foyers de l'ellipse.

Le périmètre du triangle F_1AF_2 vaut 25 et son aire vaut 12.

א. Déterminez l'équation de l'ellipse.

ב. Déterminez les coordonnées du point A.

La parabole d'équation $y^2 = 2px$ ($p > 0$ et n'est pas entier) passe par le point A.

On a tracé une tangente à la parabole passant par le point A. Cette tangente coupe l'axe des abscisses en un point L.

ג. Déterminez l'abscisse du point L.

La parabole et l'ellipse se coupent en un point supplémentaire B.

Le point D se trouve sur la droite AB.

ד. Déterminez l'équation du lieu géométrique sur lequel se trouvent tous les points d'intersection des médianes des triangles ALD.

2. La droite ℓ passe par l'origine O du repère, et est perpendiculaire à un plan π .

Le point $P(-1, -1, 2)$ est le point d'intersection de la droite ℓ avec le plan π .

⌘. Déterminez l'équation du plan π .

OABCD est une pyramide droite dont la base ABCD est un rectangle situé dans le plan π (le point O est l'origine du repère).

Les points A et B sont respectivement les points d'intersection du plan π avec l'axe des abscisses et avec l'axe des ordonnées.

⌘. (1) Déterminez les coordonnées des sommets A et B .

(2) Déterminez les coordonnées des sommets C et D .

⌘. Calculez la mesure de l'angle formé par la face latérale AOB de la pyramide OABCD et la base de la pyramide.

Les points $F(-4, -2, 0)$ et $G(-2, -4, 0)$ se trouvent sur le segment AB .

⌘. (1) Montrez que $|FG| = \frac{1}{3}|AB|$.

(2) Déterminez les coordonnées de deux points, H et I , de sorte que le volume de la pyramide OFGHI vaille $\frac{1}{3}$ du volume de la pyramide OABCD.

Justifiez votre réponse.

3. ⌘. Résolvez l'équation $z^3 = -1$ (z est un nombre complexe). Détaillez vos calculs.

a_n est une suite géométrique de raison $2i$.

⌘. Montrez que pour tout n entier naturel, $a_{n+4} = 16a_n$.

Les points A , B , C et D représentent respectivement les termes a_1 , a_2 , a_3 et a_4 de la suite dans le plan de Gauss.

a_1 est l'une des solutions de l'équation $z^3 = -1$.

Le point A se trouve dans le premier quadrant.

⌘. (1) Tracez une esquisse du quadrilatère ABCD.

(2) Déterminez l'aire du quadrilatère ABCD.

⌘. Les points A' , B' , C' et D' représentent respectivement les termes a_5 , a_6 , a_7 et a_8 de la suite.

Déterminez le rapport entre l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$ et l'aire du

quadrilatère ABCD $\left(\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}\right)$. Justifiez.

suite en page 4 ►

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques $(33\frac{1}{3} \text{ points})$

Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention : Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. Soit la fonction $f(x) = e^{\left(\frac{a}{x-1}\right)} + c$. a et c sont des paramètres.

א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

Données : L'équation de l'asymptote horizontale de la fonction $f(x)$ est $y = 1$,

la fonction $f(x)$ coupe l'axe des ordonnées au point $(0, e^{-4})$.

ב. Déterminez la valeur de c et la valeur de a .

ג. (1) Déterminez les intervalles de croissance et les intervalles de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).

(2) Quels sont les intervalles sur lesquels la fonction $f(x)$ est positive et les intervalles sur lesquels la fonction $f(x)$ est négative (s'il en existe) ?

La fonction $f(x)$ admet un point d'inflexion unique au point où $x = -1$.

ד. (1) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

(2) Pour quelles valeurs de k la droite $y = k$ coupe le graphe de la fonction $f(x)$?
Justifiez.

ה. On a tracé une tangente au graphe de la fonction $f(x)$ en son point d'inflexion.

Cette tangente passe par l'origine du repère.

Expliquez pourquoi l'aire située dans le deuxième quadrant et délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, par la tangente et par l'axe des ordonnées est inférieure à $\frac{1}{2}e^{-2}$.

5. Soit la fonction dérivée de la fonction $f(x) : f'(x) = \frac{\ln(-x) + 2}{x}$.

Les fonctions $f(x)$, $f'(x)$ et $f''(x)$ ont le même domaine de définition.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les intervalles de croissance et les intervalles de décroissance de la fonction $f(x)$.
- (3) Déterminez les intervalles de concavité vers le haut $\cup$ et les intervalles de concavité vers le bas $\cap$ de la fonction $f(x)$.
- ב. (1) Quelles sont les équations des asymptotes de la fonction dérivée $f'(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes ?
- (2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.

Donnée : $f(-e^{-2}) = 0$.

- ג. (1) Donnez une expression algébrique de la fonction $f(x)$.
- (2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך