

Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions au candidat

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités

$2 \times 20 = 40$ points

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes

$1 \times 20 = 20$ points

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

$2 \times 20 = 40$ points

Total — 100 points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

$2 \times 20 = 40$ נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

$1 \times 20 = 20$ נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

$2 \times 20 = 40$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות

במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון

עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את

שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט

ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת

הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance!

בהצלחה!

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

(40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Le prix d'un billet adulte d'entrée au musée est de x shekels.

Le prix d'un billet adulte est 2 fois plus élevé que le prix d'un billet enfant.

Le prix d'un billet étudiant est inférieur de 25 % au prix d'un billet adulte.

⌘. Exprimez le prix d'un billet enfant et le prix d'un billet étudiant en fonction de x .

Dimanche, le musée été visité par des adultes uniquement.

Le total des recettes du musée pour dimanche provenant de la vente des billets s'élevait à 1 560 shekels.

Lundi, seuls des enfants et des étudiants ont visité le musée. Le nombre d'enfants qui ont visité le musée lundi était supérieur de 16 au nombre d'adultes qui l'ont visité dimanche.

Le nombre d'étudiants qui ont visité le musée lundi était inférieur de 2 au nombre d'enfants qui l'ont visité le même jour.

Le total des recettes du musée pour lundi provenant de la vente des billets s'élevait à 2912 shekels.

⌘. (1) Déterminez le prix d'un billet adulte pour le musée.

(2) De quel pourcentage le nombre de personnes ayant visité le musée lundi est-il supérieur au nombre de personnes ayant visité le musée dimanche ?

2. Dans un triangle ABC , les sommets B et C du triangle reposent sur l'axe des ordonnées, tel que cela est décrit dans la figure.

L'équation de la droite CA est $y = 5$ et l'équation de la droite BA est $y = 2x - 3$.

- א. Déterminez les coordonnées des points C , B et A .

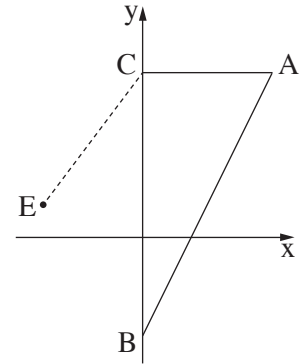
Il est donné que le point E se trouve dans le deuxième quadrant et que son ordonnée est 1 .

La longueur du segment CE est 5 .

- א. Déterminez l'abscisse du point E

Le point D est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .

- א. Déterminez l'équation du cercle circonscrit au triangle ABC .
- ב. Le point E se trouve-t-il sur le cercle circonscrit au triangle ABC , à l'intérieur de ce cercle ou à l'extérieur de celui-ci ? Justifiez et détaillez vos calculs.



3. 80 % des élèves de נ"י d'un grand lycée sont partis en excursion.

La classe de נ"י comporte des garçons et des filles.

On sait que 0,75 des garçons et $\frac{5}{6}$ des filles de cette classe ont participé à l'excursion.

On a choisi au hasard un élève de נ"י (un garçon ou une fille).

- א. (1) Quelle est la probabilité qu'on ait choisi une fille ?
 (2) Quelle est la probabilité qu'on ait choisi une fille ayant participé à l'excursion ?
- ב. On sait qu'un élève ayant participé à l'excursion a été choisi (un garçon ou une fille).
 Quelle est la probabilité qu'on ait choisi une fille ?
- ג. On a choisi au hasard 5 élèves parmi les garçons et les filles de נ"י.
 Quelle est la probabilité qu'exactement 3 d'entre eux soient des garçons ayant participé à l'excursion ?

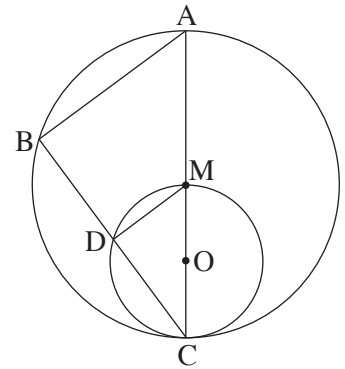
Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

(20 points)

Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention : Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. La figure ci-contre représente deux cercles :
 un grand cercle de centre M et un petit cercle de centre O .
 Le petit cercle est tangent au grand cercle par l'intérieur en un point C , et passe par le point M (voir figure).
 Le segment CM passe par le point O , et son prolongement coupe le grand cercle en un point A .
 On a tracé une droite supplémentaire passant par le point C , coupant les cercles aux points B et D , tel que cela est décrit dans la figure.



- ⌘. (1) Démontrez que $\angle ABC = \angle MDC$.
 (2) Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle MDC$.
- ⌚. (1) Démontrez que DM est un segment des milieux dans le triangle ABC .
 (2) Quel est le rapport entre l'aire du triangle ABC et l'aire du triangle MDC ? Justifiez.
- ⌚. Donnée : $CO = 2$, $DM = 2,4$.
 Calculez la longueur du segment BC .

5. Dans un triangle ABD , le point C se trouve sur le côté BD (voir figure).

Donnée : $AC = 7$, $CD = 4$, $AD = 10$.

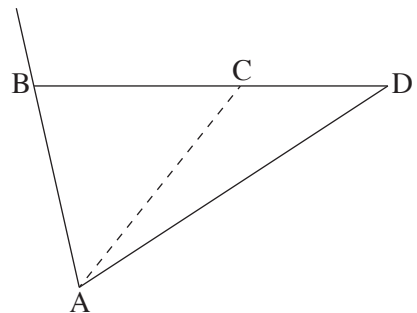
- ⌘. Calculez la mesure de l'angle ACD .

Donnée : $AB = BC$.

- ⌚. Calculez l'aire du triangle ABD .

Le point E se trouve sur le prolongement du côté AB de sorte que l'aire du triangle EBD soit 4 fois plus petite que l'aire du triangle ABD .

- ⌚. Quelle est la longueur du côté EB ? Justifiez.



**Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes,
de fonctions rationnelles et de fonctions racines (40 points)**

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$.

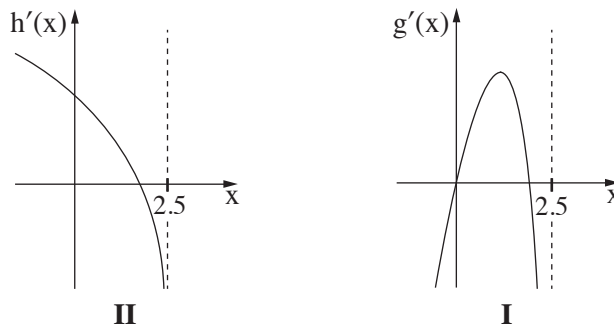
- ⌘. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- (3) Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- Donnez une réponse avec deux chiffres après la virgule.
- (4) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f(x) + c$. c est un paramètre.

Il est donné que le point d'extremum de la fonction $g(x)$ se situe sur l'axe des abscisses.

- ⌘. (1) Déterminez c .
- (2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.
- ⌘. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par la droite $x = -3$ et par l'axe des abscisses.

7. Voici les graphes des fonctions $g'(x)$ et $h'(x)$, qui sont respectivement les fonctions dérivées des fonctions $g(x)$ et $h(x)$.
Les fonctions dérivées $g'(x)$ et $h'(x)$ sont définies sur l'intervalle $x < 2,5$.



- א. Déterminez d'après les graphes, combien de points d'extremum locaux les fonctions $g(x)$ et $h(x)$ admettent sur l'intervalle $x < 2,5$. Justifiez votre réponse (répondez en considérant la partie du graphe représentée dans la figure).

La fonction $f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5 - 2x}$ est définie sur l'intervalle $x \leq 2,5$.

- א. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
ג. L'un des graphes donnés en début d'énoncé (I-II) est le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$. Déterminez lequel d'entre eux est le graphe de $f'(x)$. Justifiez.
ד. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$ et par l'axe des abscisses dans le premier quadrant.

8. Le graphe de la fonction $f(x) = -x^2 + 4x$ passe par l'origine O du repère, et coupe l'axe des abscisses en un point supplémentaire C (voir figure).

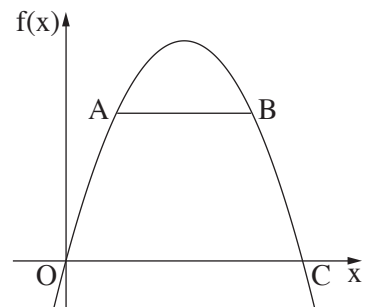
- א. Déterminez les coordonnées du point C .

Les points A et B se trouvent sur le graphe de la fonction $f(x)$ dans le premier quadrant, tel que cela est décrit dans la figure.

On note x l'abscisse du point A .

Il est donné que l'abscisse du point B vaut $(4 - x)$.

- א. Expliquez pourquoi la droite AB est parallèle à l'axe des abscisses.
ב. Déterminez l'abscisse du point A pour laquelle l'aire du trapèze $OABC$ est maximale.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך