

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2019 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035582

Приложение: листы с формулами

для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела.

Раздел первый: аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа —

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ балла}$$

Раздел второй: рост и затухание, степенные функции, показательные и логарифмические функции —

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ балла}$$

$$\text{Всего} - 100 \text{ баллов}$$

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים —

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

$$\text{סה"כ} - 100 \text{ נקודות}$$

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь по выбору экзаменуемого.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа ($66\frac{2}{3}$ балла)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Дана окружность, уравнение которой $x^2 + y^2 = a^2$. a – положительный параметр.

Окружность переместили вправо (горизонтальное перемещение), так что она стала касательной к оси y .

(א) Выразите при помощи a уравнение полученной окружности.

(ב) Строят окружность, которая снаружи касается окружности, полученной в пункте (א), а также касается оси y . Координата x центра построенной окружности положительная.

Найдите уравнение геометрического места, на котором располагаются центры окружностей, построенных подобным образом (при необходимости воспользуйтесь a).

Прямая $y = x + 3$ касается в точке M геометрического места, уравнение которого вы вычислили в пункте (ב).

(ג) Найдите a .

(ד) Напишите координаты точки касания двух следующих окружностей:

I. Окружности, полученной в пункте (א).

II. Окружности, построенной так, как описано в пункте (ב), с центром в точке M .

2. Дана пирамида $SABCD$, основание которой, $ABCD$ – квадрат (смотрите чертеж).

Точка O – точка пересечения диагоналей основания.

Точка P – точка на отрезке SD ,

для которой выполняется $\vec{SP} = t \cdot \vec{SD}$, $t > 0$.

Обозначим: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

(а) Выразите вектор $\vec{OP}$ при помощи $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ и t .

(б) Найдите, при каком значении t

OP параллелен плоскости грани SAB .

Дано: длина стороны квадрата $ABCD$ равна 4,

AS перпендикулярен основанию пирамиды, $AS = 4\sqrt{2}$.

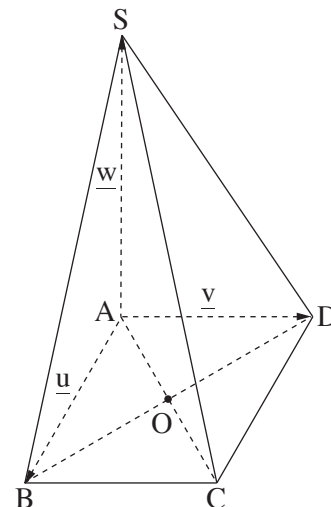
Точка A – точка начала координат. Точки B, D и S

расположены на положительной части осей x, y и z , соответственно.

(в) Найдите, при каких значениях t прямая OP образует угол 45° с плоскостью грани SAD .

Точка T – такая точка на отрезке SC , что $TABCD$ является пирамидой с равными боковыми ребрами [פירמידה ישרה].

(г) Найдите объем пирамиды $TABCD$.



3. Дана геометрическая прогрессия, первый член которой 1, а второй член которой iz (z – комплексное число).

Дано, что данная прогрессия не постоянная.

(а) (1) Напишите пять первых членов прогрессии (при необходимости выразите их при помощи z)

(2) Докажите, что сумма первых пяти членов прогрессии равна $\frac{z^5 + i}{z + i}$.

(б) (1) Найдите все решения уравнения $z^5 = -i$ (z – комплексное число).

(2) Найдите все решения уравнения $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$ (z – комплексное число).

Точка A располагается в третьем квадранте в гауссовой плоскости, и она соответствует одному из решений уравнения, которое вы нашли в подпункте (б)-(2).

ABO – равносторонний треугольник в гауссовой плоскости (O – точка начала координат).

(в) Найдите комплексное число, соответствующее точке B (найдите обе возможности).

Раздел второй – рост и затухание, степенные функции, показательные и логарифмические функции ($33\frac{1}{3}$ балла)

Ответьте на один из вопросов 4-5 .

Обратите внимание: если вы ответите более чем на один вопрос,
будет проверен только первый из ответов в вашей тетради.

4. Дана функция $f(x) = \ln(x^2 + ax + 1)$.

a – параметр, $-2 < a < 2$.

- (х) Покажите, что функция $f(x)$ определена для любого x .
- (б) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x (при необходимости выразите при помощи a).
- (ג) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип (при необходимости выразите при помощи a).
- (ד) В конце вопроса приведены три графика (I-III), соответствующих графику функции $f(x)$ в зависимости от параметра a .

Каждый из графиков соответствует одной из областей значений (1)-(3) a :

(1) $0 < a < 2$

(2) $-2 < a < 0$

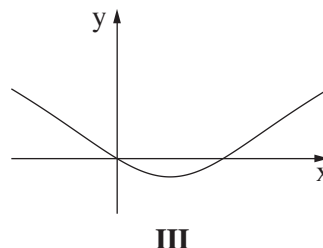
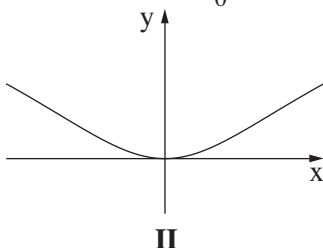
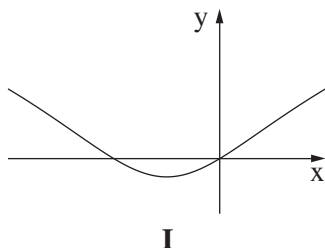
(3) $a = 0$

Напишите, какая из областей значений (1)-(3) соответствует каждому из графиков.

Ответьте на вопрос пункта (ה) для a , для которого выполняется $-2 < a < 0$.

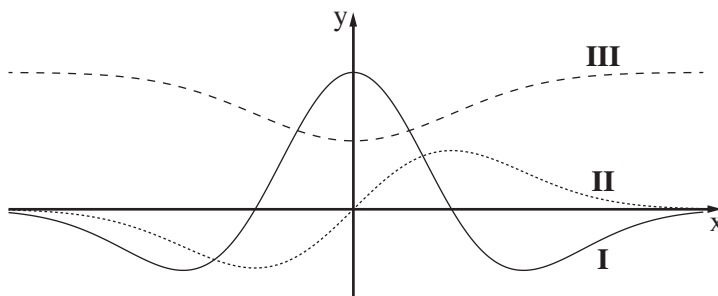
Обозначим через S площадь фигуры, заключённой между графиком функции $f(x)$ и осью x .

- (ה) Выразите при помощи a и S интеграл: $\int_0^{-a} \ln(4x^2 + 4ax + 4) dx$.



5. Ниже приведен чертеж, описывающий графики функций f'' , f' , f , определенные для любого x .

График III полностью находится над графиком II.



(א) Для каждого из графиков III, II, I укажите соответствующую функцию f'' , f' , f .

Обоснуйте свой ответ.

Точка A – такая точка на графике функции $f(x)$, а точка B – такая точка на графике функции $f'(x)$, что отрезок AB параллелен оси y .

Дано, что $f'(x) = x \cdot e^{-x^2}$.

(ב) Найдите, при каком значении x длина отрезка AB будет минимальной, а при каком значении x длина отрезка AB будет максимальной.

Дано, что максимальная длина отрезка AB равна $1 + \frac{1}{2e}$.

(ג) Найдите функцию $f(x)$.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.