

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2019 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035581

Приложение: листы с формулами

для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019, מועד ב

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра и теория вероятности —

(2×20) — 40 баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости —

(1×20) — 20 баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление
полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций
и тригонометрических функций —

(2×20) — 40 баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь по выбору экзаменуемого.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

— 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

— 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות

רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

— 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול

לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности (40 баллов)

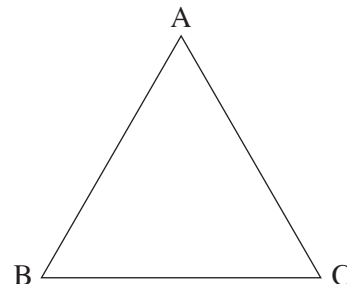
Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. На чертеже изображен маршрут движения велосипедиста, имеющий форму равностороннего треугольника ABC, длина стороны которого равна a метров. В определенный день два велосипедиста одновременно выехали из точки A в направлении точки B.

Они ехали в одинаковом направлении по треугольному маршруту. Каждый из них ехал с постоянной скоростью. Скорость велосипедиста α была на 2 метра в секунду больше скорости велосипедиста β .

Когда велосипедист α приехал в точку A после того, как дважды проделал весь треугольный маршрут, велосипедист β прибыл в точку B во второй раз.



- (α) Найдите скорость каждого из велосипедистов.
(β) В какой точке на треугольнике будет находиться велосипедист β в тот момент, когда велосипедист α прибудет в точку A, проехав треугольный маршрут 5 раз?

Когда велосипедист α прибыл в точку A, проехав треугольный маршрут 5 раз, он развернулся и поехал в обратном направлении – из точки A в направлении точки C – не изменяя своей скорости.

Велосипедист β продолжал ехать в первоначальном направлении, не изменяя своей скорости. Велосипедисты встретились в точке M.

- (γ) Найдите, на какой стороне треугольника располагается точка M и в каком отношении она делит эту сторону.

На следующий день велосипедисты вновь выехали из точки A в направлении точки B и продолжали ехать по треугольному маршруту. Каждый из них ехал с той же скоростью, что и в предыдущий день. Велосипедист α впервые обогнал велосипедиста β через 6 минут после того, как они выехали.

- (τ) Найдите периметр этого треугольника. Обоснуйте свой ответ.

2. Дана последовательность a_n , для которой при любом n выполняется: $a_{n+1} + a_n = 6n + 5$.
- (א) Докажите, что выполняется $a_{n+2} = a_n + c$ (c – постоянное число) и найдите c .
- (ב) Напишите пример последовательности a_n , для которой выполняется данное правило, но которая не является арифметической прогрессией (напишите, по меньшей мере, 4 первых члена этой последовательности).

Дано, что вся прогрессия a_n является арифметической.

- (ג) Вычислите a_1 .

Построили новую прогрессию, состоящую из $2n + 1$ членов:

$$a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, \dots, a_{2n+1} - (2n + 1)$$

Средний член новой прогрессии равен 43.

- (ד) Вычислите сумму новой прогрессии.

3. В коробке находится 12 синих шаров, 20 красных шаров и 8 желтых шаров.

На 28 из этих шаров написана цифра 1, а на остальных шарах написана цифра 0.

$\frac{1}{4}$ шаров, на которых написана цифра 1, желтые.

Число красных шаров, на которых написана цифра 1, в 4 раза больше числа синих шаров, на которых написана цифра 0.

Дани случайным образом вынимает шар из коробки.

- (א) Какова вероятность того, что шар, который вынул Дани, это синий шар, на котором написана цифра 1?
- (ב) Если известно, что Дани случайным образом вынул синий шар или шар, на котором написана цифра 1, то какова вероятность того, что он вынул шар, на котором написана цифра 0?

Дани вернул шар в коробку и начал играть в игру: он случайным образом вынимает шар из коробки, записывает для себя указанную на нем цифру и возвращает шар в коробку.

Каждый раз, когда он вынимает шар, на котором написана цифра 1, он набирает 1 балл.

Он прекратит играть, когда наберет 5 баллов.

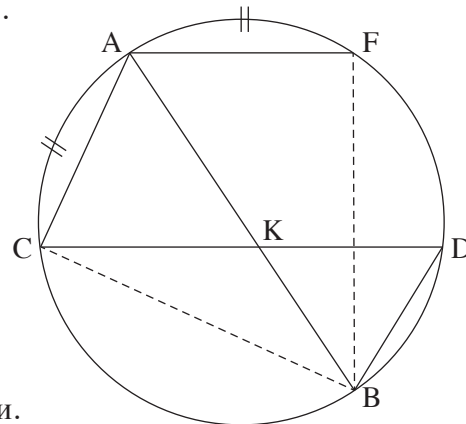
- (ג) Какова вероятность того, что Дани наберет 5 баллов в точности после 6 раз?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание: если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. АВ – диаметр окружности. CD и AF – две параллельные друг другу хорды в окружности. АВ и CD пересекаются в точке К (смотрите чертеж).
 Дано, что $\widehat{CA} = \widehat{AF}$ (дуги, обозначенные на чертеже).



- (*) (1) Докажите, что $\angle FAB = \angle CAB$.
 (2) Докажите, что $BK = BD$.
 (2) Докажите, что четырехугольник AFKC – ромб.
 (3) Дано также, что $BD \cdot AB = CD \cdot AC$.
 (1) Докажите, что $\triangle BDC \sim \triangle CAB$.
 (2) Докажите, что CD – диаметр этой окружности.

5. Дан прямоугольник ABCD. Точка Е располагается на диагонали AC (смотрите чертеж).

Дано, что $\angle DAC = \alpha$,

$$\angle ADE = \beta$$

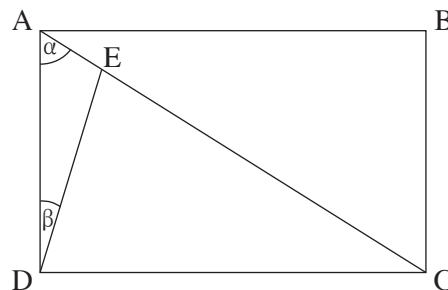
R_1 – радиус окружности, описанной вокруг прямоугольника ABCD.

R_2 – радиус окружности, описанной вокруг треугольника ADE .

- (*) Выразите отношение $\frac{R_1}{R_2}$ при помощи α и β .
 (2) Покажите, что когда $\alpha = \beta$, выполняется $\frac{R_1}{R_2} < 2$.
 (3) Дано, что $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 15^\circ$.

- (1) Покажите, что $\triangle DEC$ – равнобедренный треугольник.

- (2) Выразите BE^2 при помощи R_1 .



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций и тригонометрических функций (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = a \cdot \cos 2x + \sin^2 x$, определенная в области $-\pi \leq x \leq \pi$. a – параметр.

- (а) Является функция $f(x)$ четной, или нечетной, или никакой из них? Обоснуйте свой ответ.
- (б) Каковы координаты точек экстремума функции $f(x)$ (при необходимости выразите их при помощи a), если дано, что функция не постоянная? Определите тип этих точек в соответствии со значением a (примите во внимание две возможности для a).
- (в) Определите значение a , для которого функция $f(x)$ постоянная. Обоснуйте свой ответ.

Дано: $a > 1$.

- (г) (1) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (2) Начертите схематический график функции производной $f'(x)$.
- (д) Дано, что площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$ и осью x , равна 12. Найдите a .

7. Дана окружность с диаметром AB . Радиус окружности равен 10.

Точка P располагается на диаметре AB между центром окружности и точкой B .

Через точку P проводят перпендикуляр к AB , пересекающий окружность в точках C и D .

Найдите максимальную площадь треугольника ACD .

8. Дана функция $f(x) = \frac{x^2 + bx - c}{x^2 - 4}$. b и c – параметры.

(א) Найдите область определения функции $f(x)$.

Дано, что функция $f(x)$ четная.

(ב) Найдите b .

Дано: у графика функции $f(x)$ есть две точки пересечения с осью x между двумя ее вертикальными асимптотами.

(ג) Найдите область значений c .

(ד) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип (при необходимости выразите при помощи c).

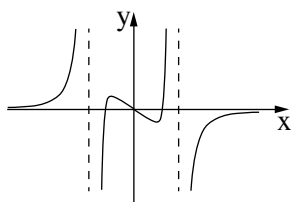
(2) Найдите горизонтальную асимптоту функции $f(x)$ и начертите схематический график функции $f(x)$.

(ה) Дана функция $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$, определенная в той же области, в которой определены функции $f(x)$ и $f'(x)$.

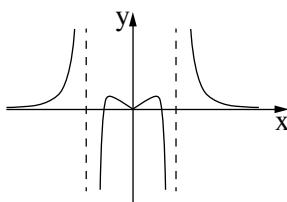
Ниже приведены графики I-III.

(1) Какой из графиков I-III является графиком функции $g(x)$? Обоснуйте свой ответ.

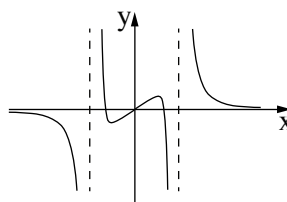
(2) Выразите при помощи c площадь фигуры, заключённой между графиком функции $g(x)$ и осью x .



III



II



I

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.