

Matemáticas

4 unidades de estudio-Primer cuestionario

Instrucciones para el examen

- א. Duración del examen: Tres horas y media.
- ב. Estructura del cuestionario y clave de la evaluación:
Este cuestionario consta de tres partes.
Primera parte – Álgebra, Geometría analítica,
Probabilidad – $2 \times 20 = 40$ puntos
Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano
 $1 \times 20 = 20$ puntos
Tercera parte - Cálculo diferencial e integral de
polinomios, de funciones racionales y de
funciones radical -
 $2 \times 20 = 40$ puntos
Total – 100 puntos

ג. Material auxiliar permitido:

- (1) Una calculadora no gráfica. No se admite la posibilidad de programación con calculadoras programables. El uso de calculadora gráfica o de la posibilidad de programación de las calculadoras programables puede causar la anulación del examen.
- (2) Hojas de fórmulas (adjuntas).
- (3) Diccionario hebreo-lengua extranjera / lengua extranjera-hebreo.

ד. Instrucciones especiales:

- (1) No copies la pregunta; indica solo su número.
- (2) Inicia cada respuesta a una nueva pregunta en una nueva hoja. Indica en el cuadernillo las etapas de la resolución, aun en el caso en que realices tus cálculos utilizando la calculadora. Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Escribe en el cuadernillo del examen solamente. Escribe "טייטה" en el encabezado de toda página usada de borrador. La escritura de borrador en páginas que no están en el cuadernillo del examen podría causar la anulación del examen

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 $20 \times 2 = 40$ נקודות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה
במישור
 $1 \times 20 = 20$ נקודות
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות
רציונליות ושל פונקציות שורש
 $2 \times 20 = 40$ נקודות
סה"כ 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

¡Buena Suerte!

בהצלחה!

Preguntas

Presta atención: Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Primera parte – Álgebra, Geometría analítica, Probabilidad (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 1 – 3 (cada pregunta – 20 puntos).

Presta atención: Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

1. La distancia entre la ciudad α y la ciudad β es de 120 kilómetros.
Un automóvil viajó por la mañana desde la ciudad α a la ciudad β a velocidad constante.
Por la noche regresó el automóvil desde la ciudad β a la ciudad α por el mismo camino. El automóvil viajó durante una hora a la misma velocidad a la que había viajado por la mañana. Se detuvo a la vera del camino por 2 minutos, y luego continuó viaje hasta la ciudad α a una velocidad 10 km/h mayor que la velocidad de su viaje por la mañana.
La duración del viaje del automóvil por la noche (incluida la pausa en el viaje) fue igual a la duración del viaje durante la mañana.
 - α . Halla a qué velocidad viajó el automóvil por la mañana.
 - β . La hora de partida del automóvil desde la ciudad β en camino de regreso a la ciudad α fue las ocho de la noche.
¿A qué distancia de la ciudad α se encontraba a las nueve y 8 minutos de la noche?

2. Se da una circunferencia cuyo centro es $M(7, 6)$. La recta MB corta la circunferencia en el punto C (ver dibujo).

Dato: $B(1, 14)$,
 $MC = CB$

- א. Halla la ecuación de la circunferencia.

Se hizo pasar una tangente a la circunferencia por el punto C .

- ב. Halla la ecuación de la tangente.

Desde el punto B se trazó una perpendicular al eje x .

La tangente y la perpendicular trazada se cortan en el punto D .

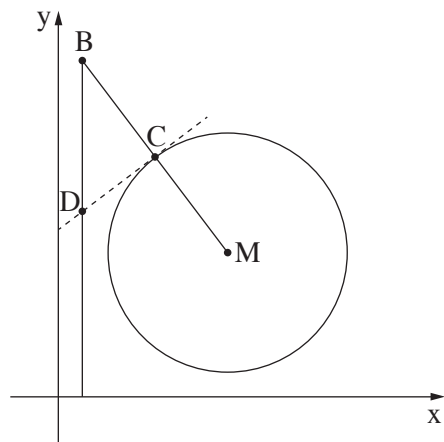
- ג. Calcula el área del triángulo BCD .

El punto E se halla sobre la perpendicular trazada desde el punto B al eje x .

Dato: $ME \parallel CD$

- ד. Halla las coordenadas del punto E .

- ה. Muestra que el punto D es el centro de la circunferencia que inscribe al triángulo BME .



3. Un juego consta de dos rondas. En cada ronda hay solo dos posibilidades: ganar o perder. El jugador que gana las dos rondas gana toda la partida.

La probabilidad de ganar la primera ronda es 3 veces mayor que la probabilidad de perderla.

- א. ¿Cuál es la probabilidad de ganar la primera ronda? Justifica tu respuesta.

Si un participante en el juego gana la primera ronda, la probabilidad de que gane la segunda ronda es de 0.8.

Si un participante ha perdido la primera ronda, la probabilidad de que gane la segunda ronda es de 0.6.

- ב. (1) ¿Cuál es la probabilidad de ganar exactamente una ronda de entre las dos rondas?
(2) Se sabe que un participante ganó exactamente una ronda entre las dos rondas. ¿Cuál es la probabilidad de que haya ganado la primera ronda?
- ג. (1) ¿Cuál es la probabilidad de ganar toda la partida?
(2) 4 participantes juegan una partida. ¿Cuál es la probabilidad de que todos los participantes ganen toda la partida?

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano (20 puntos)

Responde a una de las preguntas 4 - 5.

Presta atención: Si respondes a más de una pregunta, solo la primera respuesta de tu cuadernillo será tomada en cuenta para la corrección.

4. Se da una circunferencia cuyo centro es O.

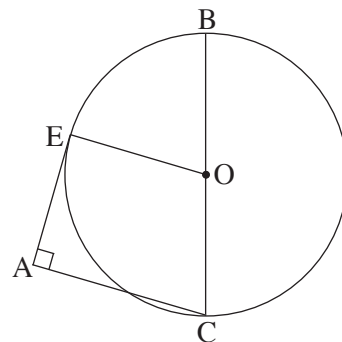
BC es un diámetro de la circunferencia. Desde el punto A que está fuera de la circunferencia se hicieron pasar dos rectas: una tangente a la circunferencia en el punto E y la otra corta la circunferencia en el punto C, tal como se describe en el dibujo que te presentamos.

Se sabe que $\angle EAC = 90^\circ$.

- א. Demuestra que $EO \parallel AC$.
- ב. Demuestra que $\angle OCE = \angle ACE$.
- ג. Demuestra que $\triangle EBC \sim \triangle AEC$.

Dato: $BC \cdot AC = 64$.

- ד. (1) Calcula EC
(2) Dato: $EB = 6$.
Calcula EO.



5. En una circunferencia cuyo radio es 10, se inscribe un triángulo isósceles ABC ($AB = BC$), tal y como se describe en el dibujo aquí expuesto.

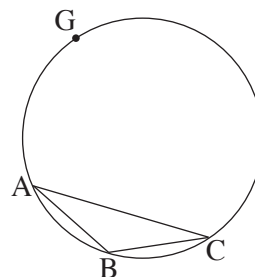
Dato: $\angle ABC = 130^\circ$

- א. Calcula la longitud del lado AC.
- ב. Calcula el área del triángulo ABC.

G es un punto sobre la circunferencia, tal que GC es un diámetro de la circunferencia.

La recta GB corta el lado AC en el punto E.

- ג. Calcula la longitud del segmento EB.



Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios, de funciones racionales y de funciones radical (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 6-8 (cada pregunta – 20 puntos).

Presta atención: Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

6. Se da la función $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x - 2}$.

- א. (1) Halla el dominio de definición de la función $f(x)$.
- (2) Halla las asíntotas de la función $f(x)$ que son paralelas a los ejes.
- (3) Halla las coordenadas del punto de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes.
- (4) Halla las coordenadas de los puntos de extremo de la función $f(x)$ y determina su tipo.
- (5) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$.
- ב. Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.
- ג. ¿Cortará el gráfico de la función $f(x)$ a la asíntota horizontal de la función $f(x)$? Si corta la asíntota, halla las coordenadas del punto de intersección.
- ד. Dato: la función $g(x) = f(x) + c$ (c es un parámetro) posee una asíntota horizontal $y = 5$. Halla c . Justifica tu respuesta.

7. Se da la función $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + a$ definida para todo x . a es un parámetro.

- א. Halla las coordenadas del punto de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con el eje y (si es necesario, expresa por medio de a).
 - ב. Halla las coordenadas de los puntos de extremo de la función $f(x)$ (si es necesario, expresa por medio de a), y determina su tipo.
 - ג. Halla el valor de a para el cual el punto mínimo de la función $f(x)$ se halla sobre el eje x . Justifica tu respuesta.
- Sustituye $a = 18$ en la ecuación de la función $f(x)$ y responde a los apartados ד-ו.
- ד. Escribe las coordenadas de los puntos de extremo de la función.
 - ה. Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.
 - ו. (1) Calcula el área en el segundo cuadrante limitada por el gráfico de la función $f(x)$, el eje x y el eje y .
 - (2) A es el punto de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con el eje y , y B es el punto de mínimo de la función $f(x)$.
Muestra que el gráfico de la función $f(x)$ divide el triángulo ABO en dos áreas que se hallan entre sí en la razón de 1:3. (O es el origen de las coordenadas).

8. En el dibujo que te presentamos se describe el gráfico de la función $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ definida en el intervalo $-5 \leq x \leq 5$.

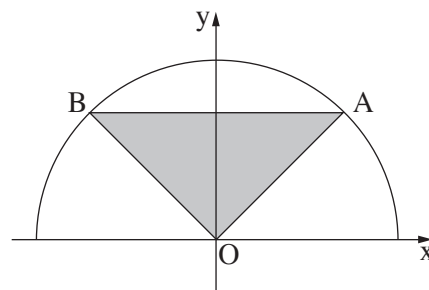
El punto A se halla sobre el gráfico de la función $f(x)$ en el primer cuadrante.

Por el punto A se hizo pasar una recta paralela al eje x.

La recta corta el gráfico de la función $f(x)$ en el punto B que está en el segundo cuadrante. El punto O es el origen de las coordenadas.

Señalaremos la coordenada x del punto A como t.

- א. (1) Expresa por medio de t las coordenadas del punto B.
 - (2) Expresa por medio de t el área del triángulo ABO.
 - ב. Halla t para el cual el área del triángulo ABO es máxima.
- Puedes dejar la raíz en tu respuesta.



¡Buena Suerte!

Los derechos de autor están reservados al Estado de Israel.
Se prohíbe su copia o publicación salvo la autorización expresa
del Ministerio de Educación.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך