

Государство Израиль
Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2019 года

Номер вопросника: 035581

Приложение: листы с формулами для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра и теория вероятности

— (2×20) — 40 баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости

— (1×20) — 20 баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление
полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций
и тригонометрических функций

— (2×20) — 40 баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Словарь по выбору экзаменуемого.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора).

Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

— 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

— 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

— 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון הניתן

לתכנות. שימוש במחשבון גרפי

או באפשרויות התכנות במחשבון

עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון. הסבר את כל

פעולותיך, כולל חישובים, במירוט ובצורה ברורה

ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה

בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности

(40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. В пекарне есть две машины для выпечки тортов: машина I и машина II.

Каждая машина печет торты со своей постоянной скоростью.

В первый день время работы обеих машин было одинаковым.

В первый день работы машина I испекла на 80 тортов больше, чем испекла машина II.

Во второй день работы машина II испекла такое же количество тортов, которое испекла машина I в первый день, а машина I испекла такое же количество тортов, которое испекла машина II в первый день.

Во второй день время работы машины II было в $\frac{25}{9}$ раз больше, чем время работы машины I в этот же день.

(*) Вычислите, сколько всего тортов испекли обе машины в первый день работы.

Обозначим: T_1 – время, которое требуется машине I, чтобы испечь один торт,

T_2 – время, которое требуется машине II, чтобы испечь один торт.

(*) Вычислите отношение $\frac{T_1}{T_2}$. Обоснуйте свой ответ.

(*) (1) За определенный период времени машина I испекла в точности 47 тортов.

Сколько целых тортов испекла за этот период времени машина II? Объясните свой ответ.

(2) Известно, что обе машины работали один и тот же период времени, и каждая из них испекла целое число тортов.

Возможно ли, что за этот период времени обе машины вместе испекли 26 тортов?

Обоснуйте свой ответ.

2. a_n – бесконечная геометрическая прогрессия, знаменателем которой является q . $|q| \neq 1$

Дано: $a_3 \cdot a_7 = 1$.

(*) Вычислите a_5 (найдите два варианта ответа).

Дано: $a_5 > 0$.

(2) (1) Выразите a_1 при помощи q .

(2) Существует ли натуральное n , для которого $a_n = \frac{1}{a_1}$? Если да, то найдите его.
Если нет, обоснуйте свой ответ.

(3) Существует ли натуральное n , для которого $a_n = \frac{1}{a_{13}}$? Если да, то найдите его.
Если нет, обоснуйте свой ответ.

(2) (1) Выразите 7 первых членов данной прогрессии при помощи q .

(2) Дано: $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k = 1$, k – натуральное число.

Найдите значение k и объясните, почему оно является единственным возможным значением k .

3. Гали и Нета играют в игру, в которой можно установить число раундов.

В каждом раунде одна из них побеждает, а другая проигрывает. Победительницей в игре в целом считается та, которая победила в большем числе раундов, чем ее соперница. Если каждая из них выиграла одно и то же число раундов, то игра заканчивается вничью.

Дано: в каждом раунде вероятность того, что Нета выиграет, составляет $\frac{1}{3}$.

(*) В воскресенье Гали и Нета сыграли игру из 4 раундов.

(1) Какова вероятность того, что Нета победила в игре в целом?

(2) Какова вероятность того, что игра в целом закончилась вничью?

(2) В понедельник также Гали и Нета сыграли игру из 4 раундов. На этот раз они заранее решили, что если результатом 4 раундов будет ничья, они сыграют еще 3 раунда, чтобы решить исход игры, и тот, кто выиграет больше раундов, победит в игре в целом.

Какова вероятность того, что Нета победит в игре в целом?

(2) Известно, что Нета победила в игре в целом в точности в один из двух дней:

в воскресенье или в понедельник. Какова вероятность того, что она победила в игре в понедельник?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. EG – хорда в окружности с центром M и радиусом r .

Через точки E и G провели касательные к данной окружности.

Через центр окружности, M , провели прямую, параллельную хорде EG и пересекающую данные касательные в точках K и L , как показано на чертеже.

Через центр окружности, M , провели перпендикуляр к KL , который пересекает хорду EG в точке T , а окружность – в точках H и I , как показано на чертеже.

Обозначим: $TG = a$.

- (*) (1) Докажите: $TG \cdot ML = MG^2$.

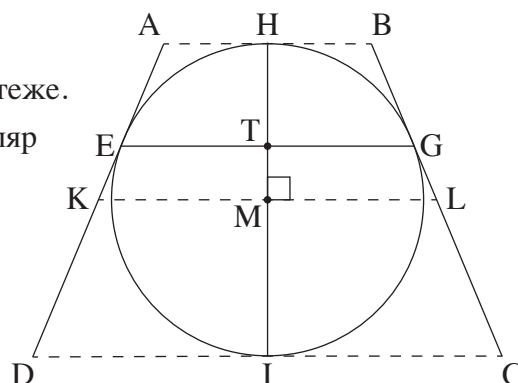
(2) Выразите длину отрезка KL при помощи a и r .

Через точки H и I провели касательные к данной окружности так, что образовалась равнобедренная трапеция ABCD , которая описывает данную окружность, как показано на чертеже.

- (*) (1) Докажите: $BC = KL$.

(2) Выразите периметр трапеции ABCD при помощи a и r .

- (*) Может ли соотношение между периметром трапеции ABCD и длиной данной окружности быть меньше $\frac{4}{\pi}$? Обоснуйте свой ответ.

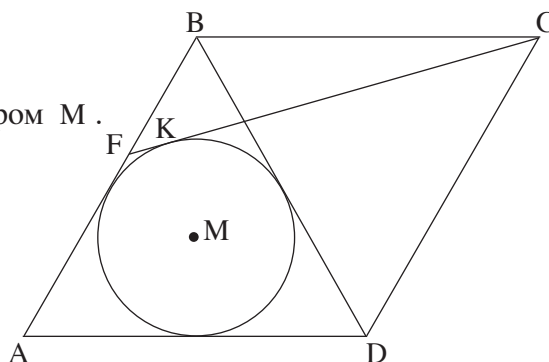


5. ABCD – ромб, длина стороны которого равна a .

Дано: $\angle BAD = 60^\circ$.

В треугольник ABD вписана окружность с центром M .

Из вершины C провели касательную к данной окружности так, что ее продолжение пересекает сторону AB в точке F и касается данной окружности в точке K (смотрите чертеж).



- (*) Выразите радиус окружности при помощи a .

(*) (1) Объясните, почему точка M находится на диагонали ромба AC .

(2) Вычислите значение угла ACF .

- (*) Выразите площадь треугольника ACF при помощи a .

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций и тригонометрических функций (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дано семейство функций: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{2x - a}$. a – параметр, для которого $-4 < a < 2$.

- (⌘) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Объясните, почему у функции $f(x)$ нет асимптоты, параллельной оси y .
- (3) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, параллельных оси x .
- (4) Каковы координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат?
- (5) Найдите области положительных и отрицательных значений функции $f(x)$.
- (2) (1) При помощи a выразите координаты x , для которых $f'(x) = 0$ (если таковые существуют).
- (2) Найдите значение a , для которого $f'(x) \neq 0$ при любом x в области ее определения.

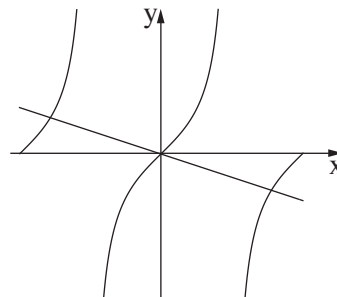
Подставьте значение $a = -1$ в уравнение функции $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (3)-(7).

- (3) (1) Каковы области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют)?
- (2) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(7) Вычислите $\int_3^4 \frac{1}{f(x)} dx$. Вы можете оставить в своем ответе знак корня.

7. Дана функция $f(x) = x^3 \sin x$, определенная в области $-\pi \leq x \leq \pi$.

- (а) (1) Определите, является функция $f(x)$ четной, нечетной или не четной и не нечетной функцией. Обоснуйте свой ответ.
- (2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x в данной области.
- (3) Объясните, почему функция $f(x)$ является неотрицательной в данной области.
- (4) Определите, является функция производной, $f'(x)$, четной, нечетной или не четной и не нечетной функцией. Обоснуйте свой ответ.
- (б) (1) Покажите, что координаты x , для которых $f'(x) = 0$, удовлетворяют условию:
 $\tan x = -\frac{1}{3}x$.
- (2) На чертеже справа представлены графики функций $h(x) = -\frac{1}{3}x$ и $g(x) = \tan x$ в области $-\pi \leq x \leq \pi$.
Воспользуйтесь чертежом и определите, сколько точек в области $-\pi \leq x \leq \pi$ удовлетворяют условию $f'(x) = 0$.



Дано: координата x одной из точек экстремума функции $f(x)$ равна примерно 2.46.

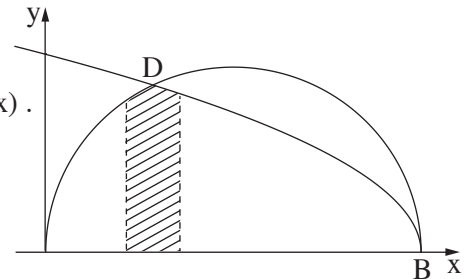
Ответьте на вопросы пунктов (а)-(г) для области $-\pi \leq x \leq \pi$.

- (а) (1) Каковы координаты x всех точек экстремума функции $f(x)$ в данной области?
Обоснуйте свой ответ и определите их тип.
- (2) Начертите схематический график функции $f(x)$ в данной области.
- (г) (1) Начертите схематический график функции производной, $f'(x)$, в данной области.
- (2) Какое минимальное количество точек перегиба есть у функции $f(x)$ в данной области? Обоснуйте свой ответ.

8. На чертеже изображены графики функций $f(x) = \sqrt{-x^2 + 7x}$ и $g(x) = \sqrt{14 - 2x}$.

График функции $f(x)$ пересекает ось x в точке начала координат и в точке B ,
 а график функции $g(x)$ он пересекает в точках B и D ,
 как показано на чертеже.

- (*) (1) Найдите области определения функций $f(x)$ и $g(x)$.
 (2) Найдите координаты x точек B и D .



a – параметр, для которого $1 \leq a \leq 2$.

Фигура, заключенная между графиками функций $f(x)$ и $g(x)$,
 прямыми $x = a$ и $x = a + 1$ и осью x , вращается вокруг оси x .

- (*) (1) Вычислите a , для которого объем полученного тела вращения является
 максимальным.
 (2) Найдите a , для которого объем полученного тела вращения является
 минимальным.

При необходимости оставьте в своем ответе две цифры после десятичного знака.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.