

**Mathématiques**  
**4 unités d'étude - premier questionnaire**  
**Instructions au candidat**

**מתמטיקה**  
**4 יחידות לימוד-שאלון ראשון**  
**הוראות לנבחן**

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités

$2 \times 20 = 40$  points

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes

$1 \times 20 = 20$  points

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

$2 \times 20 = 40$  points

Total — 100 points

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

$20 \times 2 = 40$  נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

$20 \times 1 = 20$  נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

$20 \times 2 = 40$  נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות

במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון

עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את

שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט

ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת

הבחינה.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

**Bonne chance!**

**בהצלחה!**

## Questions

**Attention :** Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

### Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

(40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

**Attention :** Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. La distance entre la ville  $\alpha$  et la ville  $\beta$  est de 120 km.

Un matin, une voiture a roulé de la ville  $\alpha$  à la ville  $\beta$  à vitesse constante.

Le soir, la voiture est rentrée de la ville  $\beta$  à la ville  $\alpha$  par la même route. La voiture a roulé durant une heure à la même vitesse que celle à laquelle elle avait roulé le matin.

Elle s'est arrêtée sur le côté de la route durant 2 minutes, puis a poursuivi son trajet vers la ville  $\alpha$  à une vitesse plus élevée de 10 km/h que la vitesse à laquelle elle avait roulé le matin. Le soir, le temps de trajet de la voiture (en incluant le temps d'arrêt) était égal à son temps de trajet du matin.

$\alpha$ . Déterminez la vitesse de la voiture au matin.

- $\beta$ . L'heure à laquelle la voiture a quitté la ville  $\beta$  pour revenir vers la ville  $\alpha$  était huit heures du soir.

À quelle distance de la ville  $\alpha$  se trouvait-elle à neuf heures et 8 minutes du soir ?

2. Soit un cercle de centre  $M(7, 6)$ .

La droite  $MB$  coupe le cercle en un point  $C$  (voir figure).

Données :  $B(1, 14)$ ,

$$MC = CB.$$

א. Déterminez l'équation du cercle.

On a tracé une tangente au cercle au point  $C$ .

ב. Déterminez l'équation de la tangente.

À partir du point  $B$ , on abaisse une perpendiculaire à l'axe des abscisses. La tangente et cette perpendiculaire se coupent en un point  $D$ .

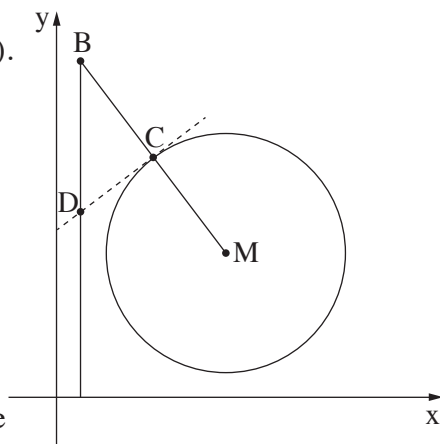
ג. Calculez l'aire du triangle  $BCD$ .

Le point  $E$  se trouve sur la perpendiculaire à l'axe des abscisses que l'on a abaissé à partir du point  $B$ .

Donnée :  $ME \parallel CD$ .

ד. Déterminez les coordonnées du point  $E$ .

ה. Montrez que le point  $D$  est le centre du cercle circonscrit au triangle  $BME$ .



3. Un jeu comporte deux manches. Chaque manche n'implique que deux possibilités : la remporter ou la perdre. Un joueur qui remporte deux manches gagne à ce jeu.

La probabilité de remporter la première manche est 3 fois plus grande que celle de la perdre.

א. Quelle est la probabilité de remporter la première manche ? Justifiez.

Si un joueur remporte la première manche, la probabilité qu'il remporte la deuxième manche est de 0,8.

Si un joueur perd la première manche, la probabilité qu'il remporte la deuxième manche est de 0,6.

ב. (1) Quelle est la probabilité de remporter exactement une manche sur les deux ?

(2) On sait qu'un joueur a remporté exactement une manche sur les deux. Quelle est la probabilité qu'il ait remporté la première manche ?

ג. (1) Quelle est la probabilité de gagner à ce jeu ?

(2) 4 joueurs jouent à ce jeu. Quelle est la probabilité que tous ces joueurs gagnent à ce jeu ?

**Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes (20 points)**

Répondez à l'une des questions 4-5.

**Attention :** Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. Soit un cercle de centre  $O$ .

$BC$  est un diamètre du cercle. On a tracé deux droites

à partir du point  $A$  qui se trouve en dehors du cercle :

l'une est tangente au cercle en un point  $E$  et l'autre coupe le cercle en un point  $C$ , tel que cela est décrit dans la figure ci-contre.

Il est donné que  $\angle EAC = 90^\circ$ .

א. Démontrez que  $EO \parallel AC$ .

ב. Démontrez que  $\angle OCE = \angle ACE$ .

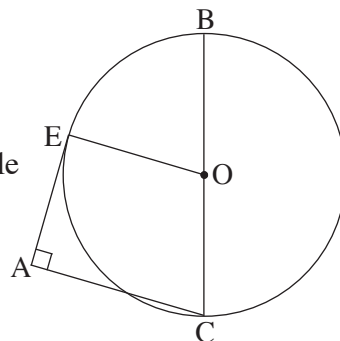
ג. Démontrez que  $\triangle EBC \sim \triangle AEC$ .

Donnée :  $BC \cdot AC = 64$ .

ד. (1) Calculez  $EC$ .

(2) Donnée :  $EB = 6$ .

Calculez  $EO$ .



5. Un triangle isocèle  $ABC$  ( $AB = BC$ ) est inscrit dans un cercle dont le rayon vaut 10, tel que cela est décrit dans la figure ci-contre.

Il est donné que  $\angle ABC = 130^\circ$ .

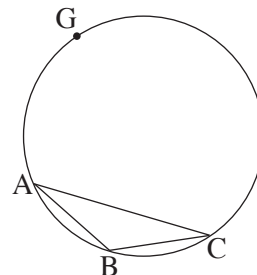
א. Calculez la longueur du côté  $AC$ .

ב. Calculez l'aire du triangle  $ABC$ .

$G$  est un point sur le cercle tel que  $GC$  est un diamètre du cercle.

La droite  $GB$  coupe le côté  $AC$  en un point  $E$ .

ג. Calculez la longueur du segment  $EB$ .



### Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines (40 points)

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

**Attention :** Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

6. Soit la fonction  $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x - 2}$ .

- ⌘. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction  $f(x)$ .
- (2) Trouvez les asymptotes de la fonction  $f(x)$  parallèles aux axes.
- (3) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction  $f(x)$  avec les axes.
- (4) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction  $f(x)$ , puis déterminez leur type.
- (5) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction  $f(x)$ .
- Ⓐ. Tracez une esquisse du graphe de la fonction  $f(x)$ .
- Ⓐ. Le graphe de la fonction  $f(x)$  coupe-t-il l'asymptote horizontale de la fonction  $f(x)$ ? S'il coupe l'asymptote, déterminez les coordonnées du point d'intersection.
- ⌘. Donnée : la fonction  $g(x) = f(x) + c$  ( $c$  est un paramètre) admet une asymptote horizontale  $y = 5$ . Déterminez  $c$ . Justifiez.

7. Soit la fonction  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + a$  définie pour tout  $x$ .  $a$  est un paramètre.

- ⌘. Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction  $f(x)$  avec l'axe des ordonnées (exprimez votre réponse en fonction de  $a$  si cela est nécessaire).
- Ⓐ. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction  $f(x)$  (exprimez votre réponse en fonction de  $a$  si cela est nécessaire), puis déterminez leur type.
- Ⓐ. Déterminez la valeur de  $a$  pour laquelle le point de minimum de la fonction  $f(x)$  se trouve sur l'axe des abscisses. Justifiez.

Substituez  $a = 18$  dans l'équation de la fonction  $f(x)$ , puis répondez aux articles Ⓐ-⌘.

- ⌘. Donnez les coordonnées des points d'extremum de la fonction.
- Ⓐ. Tracez une esquisse du graphe de la fonction  $f(x)$ .
- Ⓐ. (1) Calculez l'aire située dans le deuxième quadrant et délimitée par le graphe de la fonction  $f(x)$ , l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
- (2) A est le point d'intersection du graphe de la fonction  $f(x)$  avec l'axe des ordonnées, et B est le point de minimum de la fonction  $f(x)$ .  
Montrez que le graphe de la fonction  $f(x)$  partage le triangle ABO en deux aires dont le rapport est  $1 : 3$  (O est l'origine du repère).

/suite en page 6/

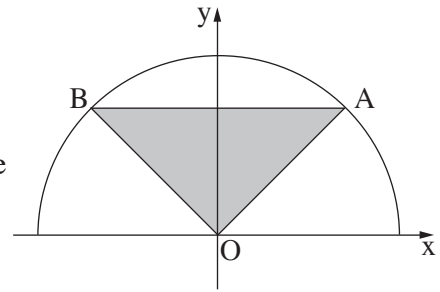
8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction  $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$  définie sur l'intervalle  $-5 \leq x \leq 5$ .

Le point A se situe sur le graphe de la fonction  $f(x)$  dans le premier quadrant.

À partir du point A, on a tracé une droite parallèle à l'axe des abscisses. Cette droite coupe le graphe de la fonction  $f(x)$  en un point B situé dans le deuxième quadrant.

Le point O est l'origine du repère.

On notera  $t$  l'abscisse du point A.



- א. (1) Exprimez les coordonnées du point B en fonction de  $t$ .  
 (2) Exprimez l'aire du triangle ABO en fonction de  $t$ .  
 ב. Déterminez le  $t$  pour lequel l'aire du triangle ABO est maximale.  
 Vous pourrez laisser une racine dans votre réponse.

**Bonne chance!**

Tous droits réservés à l'État d'Israël.  
 Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du  
 Ministère de l'Éducation.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך