

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

Указания экзаменуемым

- а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела.
Раздел первый: аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа –
 $2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3}$ балла
Раздел второй: рост и затухание, функции степени, показательные и логарифмические функции –
 $1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3}$ балла
Всего – 100 баллов
- в. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменующегося.
- г. Особые указания:
1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать экзаменационную тетрадь. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון: גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 $2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני: גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון לפי בחירת הנבחן.
- ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа ($66\frac{2}{3}$ балла)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

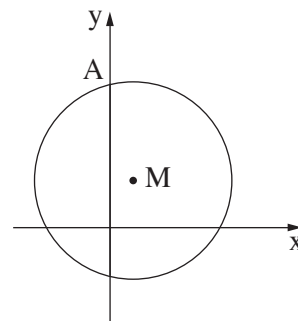
Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Окружность с центром M пересекает положительную часть оси y в точке A , как показано на чертеже.

Из центра окружности провели перпендикуляр к оси y , который пересекает эту ось в точке E .

Дано: $AE = 6$.

Дано также, что расстояние между точкой M и началом координат равно половине длины радиуса окружности.



- ($\aleph$) Докажите, что геометрическое место всех точек M , отвечающих условиям вопроса, находится на эллипсе, и найдите его уравнение.

Обозначим как F_1 и F_2 фокусы эллипса, уравнение которого вы нашли в пункте ($\aleph$).

Точки D_1 и D_2 – это точки на этом эллипсе.

Координата y точки D_1 положительна, а координата y точки D_2 отрицательна.

- ($\beth$) (1) Найдите наибольшую возможную площадь четырехугольника $F_1 D_1 F_2 D_2$.

Обоснуйте свой ответ.

- (2) Существует ли четырехугольник $F_1 D_1 F_2 D_2$ с наибольшим периметром?

Обоснуйте свой ответ.

2. Дана пирамида $OBCDE$, основание которой $OBCD$ является квадратом.

Ребро OE перпендикулярно основанию.

Дано: $OD = 4$, $OE = 12$.

Пирамиду поместили в систему координат таким образом, что точка O является началом координат, а точки D , B , E расположены на осях x , y , z соответственно (смотрите чертеж).

(а) Найдите параметрическое уравнение [הצגה פרמטרית] прямой EC .

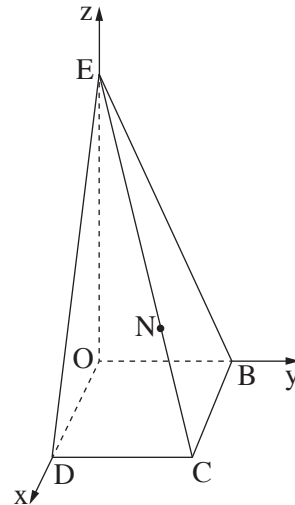
Точка N расположена на ребре EC . Из точки N провели перпендикуляр к основанию пирамиды, пересекающий его в точке F . Расстояние от точки F до оси y равно 3.

(б) Найдите координаты точки N .

(в) Найдите величину угла между плоскостью BCN и основанием пирамиды $OBCD$.

K – такая точка на ребре EC , что $KOBCD$ является пирамидой с равными боковыми ребрами [פירמידה ישרה] ($OBCD$ – основание этой пирамиды).

(г) Найдите параметрическое уравнение прямой, на которой расположена высота от точки K к основанию пирамиды.



3. (а) Найдите все решения уравнения $z^3 = \bar{z}$, $z \neq 0$. z – комплексное число.

(б) (1) Найдите уравнение геометрического места всех точек гауссовой плоскости, отвечающих условию $z^2 \cdot (\bar{z})^2 = 1$.

(2) Покажите, что все решения уравнения из пункта (а) расположены на геометрическом месте, найденном вами в подпункте (б)(1).

(в) (1) Точки, соответствующие решениям уравнения, найденные вами в пункте (а), вращают на 45° (против часовой стрелки). Дано, что каждая из точек, получаемых после вращения, соответствует числу, отвечающему условию уравнения $z^4 = a$.

Найдите a .

(2) Точки, соответствующие решениям уравнения, найденные вами в пункте (а), вращают на угол α (против часовой стрелки).

Докажите, что сумма чисел, соответствующих точкам, полученным после вращения, равняется 0.

**Раздел второй – рост и затухание, функции степени,
показательные и логарифмические функции** ($33\frac{1}{3}$ балла)

Ответьте на один из вопросов 4-5 .

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый из ответов в вашей тетради.

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^{ax} - e^x}{e^{ax} - 3e^x + 2}$, a – параметр.

У этой функции есть вертикальная асимптота $x = \ln 2$.

(ж) Найдите a .

Подставьте значение a , найденное вами, и ответьте на вопросы пунктов (з)-(п).

(з) Найдите область определения функции $f(x)$ и покажите, что для любого $x \neq 0$ в этой области выполняется $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2}$.

(и) (1) Найдите асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярные осям координат.

(2) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).

(3) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Определяют функцию $h(x) = \left| \frac{e^x}{e^x - 2} - \frac{1}{2} \right|$.

(й) (1) Найдите асимптоты функции $h(x)$, перпендикулярные осям координат.

(2) Начертите схематический график функции $h(x)$.

(3) Вычислите площадь фигуры, образованной графиком функции $h(x)$, осью x , прямой $x = \ln 8$ и прямой $x = \ln 16$.

Дано: функция $h(x)$ симметрична относительно прямой $x = \ln 2$.

Точки A и B расположены на графике функции $h(x)$ и являются симметричными по отношению к прямой $x = \ln 2$.

Координата x точки A равна $\ln 8$.

(к) Найдите координаты точки B .

5. $f(x)$ – это функция, дифференцируемая для любого x в области ее определения.

- (א) Покажите, что у функции $f(x)$ и у функции $e^{f(x)}$ есть точки экстремума с одинаковыми координатами x и что эти точки экстремума относятся к одному типу (минимум или максимум).

Дано: $f(x) = x \ln(x^n)$. n – параметр, натуральное число.

- (ב) Найдите область определения функции $f(x)$. Учтите различные значения n .
- (ג) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x . Учтите различные значения n .

Дано: график функции $f(x)$ пересекает ось x в двух точках.

- (ד) (1) Покажите, что функция $f(x)$ является нечетной.
- (2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип (при необходимости выразите ответ с помощью n).
- (3) Начертите схематический график функции $f(x)$ для $n = 2$.
- (ה) Воспользуйтесь ответом на вопрос пункта (א) и найдите координаты точек экстремума функции $e^{x \ln(x^n)}$ (n – натуральное число), определите их тип (при необходимости выразите ответ с помощью n).

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.