

Математика
первый вопросник – 4 единицы обучения

מתמטיקה
4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

- а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике три раздела.
Раздел первый: алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности — $2 \times 20 = 40$ баллов
Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости — $1 \times 20 = 20$ баллов
Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня — $2 \times 20 = 40$ баллов
Всего — 100 баллов
- в. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменуемого.
- г. Особые указания:
1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות — $20 \times 2 = 40$ נקודות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור — $20 \times 1 = 20$ נקודות
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש — $20 \times 2 = 40$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון לפי בחירת הנבחן.

הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. В пиццерии "Неаполь" цена семейной пиццы в 3 раза больше цены индивидуальной пиццы. В пиццерии объявили о специальном предложении [узъм]:
10% скидки при покупке индивидуальной пиццы,
20% скидки при покупке семейной пиццы.
Ученики 11 класса купили 63 пиццы по специальному предложению, частью – индивидуальных, а частью – семейных.
Дано, что число семейных пицц было в 2.5 раза больше, чем число индивидуальных пицц.
Ученики 11 класса заплатили за все эти пиццы 3 477.6 шекеля.
(א) Вычислите первоначальную цену индивидуальной пиццы и первоначальную цену семейной пиццы (цены до скидки).
(ב) Через неделю было объявлено о другом специальном предложении:
тот, кто заплатит первоначальную цену за две индивидуальные пиццы, получит третью индивидуальную пиццу бесплатно.
Сколько индивидуальных пицц можно купить в рамках этого специального предложения за 1 232 шекеля (включая пиццы, которые получают бесплатно)?

2. На чертеже дана окружность с центром M .

Прямая, проходящая через начало координат, касается данной окружности в точке $B(3, 4)$.

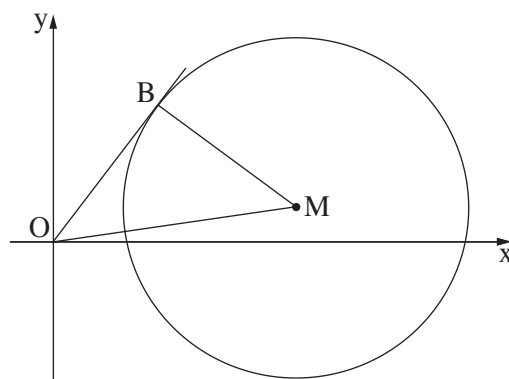
Соединили центр окружности, M ,

с точкой начала координат, O .

Дано: уравнение прямой OM $y = \frac{1}{7}x$.

(а) Найдите уравнение прямой BM .

(б) Найдите уравнение данной окружности.



Продолжение отрезка BM пересекает окружность в точке C .

(в) Найдите площадь треугольника OBC .

Построили еще одну окружность, таким образом что OM является ее диаметром.

(г) Центр этой окружности находится внутри окружности с центром M , на ней или вне ее? Обоснуйте свой ответ и приведите подробные вычисления.

3. В точности у 8% членов национального клуба по дзюдо есть черный пояс.

(а) Случайным образом выбирают 6 из членов клуба.

(1) Какова вероятность того, что в точности у 2 из них есть черный пояс?

(2) Какова вероятность того, что ни у одного из 6 выбранных членов клуба нет черного пояса?

$\frac{1}{5}$ членов клуба являются инструкторами, а остальные – учениками.

75% членов клуба, у которых есть черный пояс, являются инструкторами.

(б) Случайным образом выбрали члена клуба.

Какова вероятность того, что выбранный член клуба является учеником, у которого есть черный пояс?

(в) Случайным образом выбрали ученика, члена клуба.

Какова вероятность того, что у него есть черный пояс?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

(20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

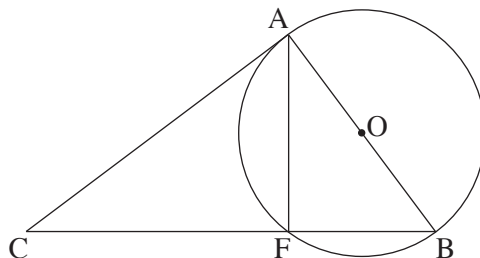
Обратите внимание: если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ из ответов в вашей тетради.

4. Дана окружность с центром O .

C – такая точка, находящаяся вне окружности, что прямая CA касается этой окружности в точке A .

Из точки C провели прямую, пересекающую данную окружность в точках F и B ,

как показано на чертеже, таким образом что AB – это диаметр окружности.



(*) Докажите: $\triangle AFB \sim \triangle CAB$.

Дано: $FB = 9$, $FC = 16$

(1) Вычислите диаметр окружности, AB .

(2) Вычислите площадь треугольника CFA .

(7) Верно ли, что $\triangle CFA \sim \triangle CAB$? Приведите доказательства своего ответа.

5. Дан треугольник ABC .

Точка D – такая точка на стороне AB , что $BD = 2DA$

(смотрите чертеж).

Дано: $\angle DCB = 65^\circ$, $DC = 10$, $BC = 12$.

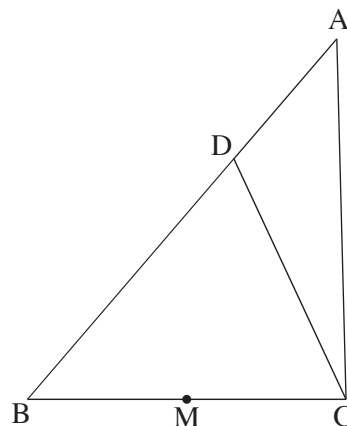
(*) Вычислите длину отрезка BD .

(1) Вычислите площадь треугольника ADC .

Точка M – середина отрезка BC .

(2) Является ли точка M центром окружности,

описывающей треугольник BDC ? Обоснуйте свой ответ.



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Каковы координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x ?
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Каковы области возрастания и убывания функции $f(x)$?
- (ה) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f(x) + c$, областью определения которой является область определения функции $f(x)$. c – параметр.

- (ו) Каковы все значения c , при которых функция $g(x)$ является положительной на всей области своего определения?

7. Функция $f(x)$ определена для любого $x \neq 0$.

На чертеже изображен график функции производной $f'(x)$, которая также определена для любого $x \neq 0$, и пересекает ось x в точках $(2, 0)$, $(-2, 0)$.

- (א) Найдите координаты x точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип согласно графику.

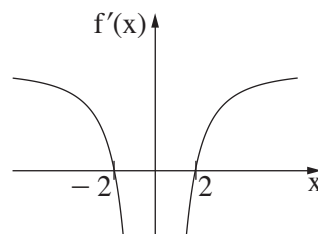
Дано: $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + a$ для любого $x \neq 0$. $a > 0$ – параметр.

- (ב) Найдите a .

Ответьте на вопросы пункта (ג) для $x > 0$.

Координата y точки минимума функции $f(x)$ равна 10.

- (ג) (1) Напишите алгебраическое выражение для функции $f(x)$.
- (2) Начертите схематический график функции $f(x)$ для $x > 0$.



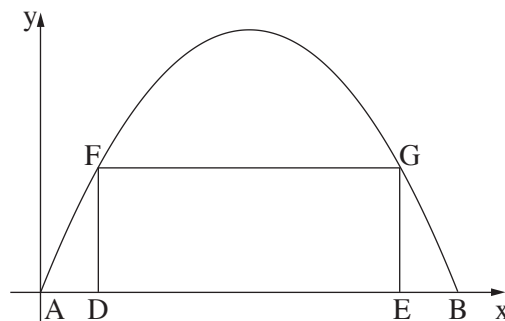
8. Прямоугольник DFGE заключен

между параболой $y = -x^2 + 6x$ и осью x ,
как показано на чертеже.

Точки A и B – это точки пересечения
параболы с осью x , как показано на чертеже.

k – параметр. Дано: $0 < k < 3$.

Дано: $AD = EB = k$



(א) Выразите при помощи k длины сторон прямоугольника DFGE .

(ב) Найдите k , для которого площадь прямоугольника DFGE является максимальной.

В своем ответе вы можете оставить знак корня.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.