

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire
Instructions au candidat

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון
הוראות לנבחן

- א. Durée de l'examen : trois heures et demie.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte trois parties.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
 $2 \times 20 = 40$ points
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes
 $1 \times 20 = 20$ points
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines
 $2 \times 20 = 40$ points
Total — 100 points

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (joint au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.
(3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen.
L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 $20 \times 2 = 40$ נקודות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 $20 \times 1 = 20$ נקודות
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
 $20 \times 2 = 40$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance!

בהצלחה!

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

(40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. À la pizzeria "Napoli", le prix d'une pizza familiale est 3 fois plus élevé que le prix d'une pizza individuelle.

La pizzeria a lancé une promotion :

10 % de réduction sur l'achat d'une pizza individuelle,

20 % de réduction sur l'achat une pizza familiale.

Des élèves de נ"ו ont acheté 63 pizzas en promotion, certaines étant individuelles et certaines étant familiales.

On sait que le nombre de pizzas familiales était 2,5 fois plus élevé que le nombre de pizzas individuelles.

Ces élèves de נ"ו ont payé en tout 3 477,6 shékels pour ces pizzas.

- א. Calculez le prix initial d'une pizza individuelle, ainsi que le prix initial d'une pizza familiale (avant la promotion).

- ב. Une semaine plus tard, une autre promotion a été lancée :

celui qui achète deux pizzas individuelles au prix initial, reçoit une troisième pizza individuelle gratuitement.

Avec cette promotion, combien de pizzas individuelles est-il possible d'acquérir avec 1 232 shékels (en incluant les pizzas reçues gratuitement) ?

2. La figure ci-contre représente un cercle de centre M .

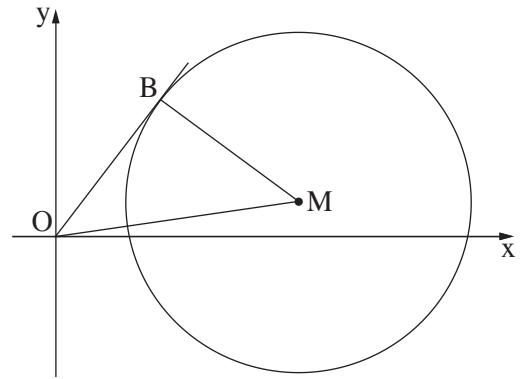
Une droite passant par l'origine du repère est tangente à ce cercle au point $B(3, 4)$.

On relie le centre M du cercle avec l'origine O du repère.

Donnée : l'équation de la droite OM est $y = \frac{1}{7}x$.

א. Déterminez l'équation de la droite BM .

ב. Déterminez l'équation du cercle.



Le prolongement du segment BM coupe le cercle en un point C .

ג. Déterminez l'aire du triangle OBC .

On a tracé un cercle supplémentaire avec de diamètre OM .

ד. Le centre de ce cercle supplémentaire se trouve-t-il à l'intérieur du cercle de centre M , sur le cercle ou à l'extérieur de celui-ci ? Justifiez et détaillez vos calculs.

3. 8 % exactement des membres d'un club de judo national sont ceinture noire.

א. On choisit au hasard 6 des membres de ce club.

(1) Quelle est la probabilité que 2 d'entre eux exactement soient ceinture noire ?

(2) Quelle est la probabilité qu'aucun des 6 membres choisis ne soit ceinture noire ?

$\frac{1}{5}$ des membres du club sont des moniteurs, et le reste sont des élèves.

75 % des membres du club qui sont ceinture noire sont des moniteurs.

ב. On a choisi au hasard un membre du club.

Quelle est la probabilité que le membre choisi soit un élève ceinture noire ?

ג. On a choisi au hasard un élève membre du club.

Quelle est la probabilité qu'il soit ceinture noire ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

(20 points)

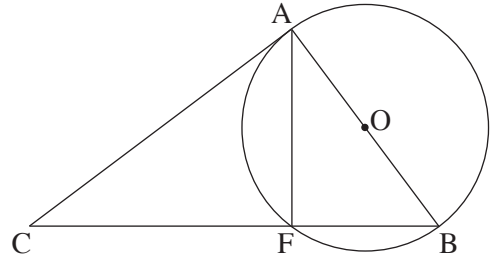
Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention : Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. Soit un cercle de centre O .

C est un point situé en dehors de ce cercle, de sorte que la droite CA est tangente au cercle au point A .

On trace une droite issue du point C coupant le cercle aux points F et B , tel que cela est décrit dans la figure, de sorte que AB soit le diamètre du cercle.



⌘. Démontrez que $\triangle AFB \sim \triangle CAB$.

Données : $FB = 9$, $FC = 16$.

Ⓐ. Calculez le diamètre AB du cercle.

Ⓐ. Calculez l'aire du triangle CFA .

Ⓐ. Est-ce que $\triangle CFA \sim \triangle CAB$? Démontrez votre réponse.

5. Soit un triangle ABC .

Le point D se trouve sur le côté AB de sorte que $BD = 2DA$ (voir figure).

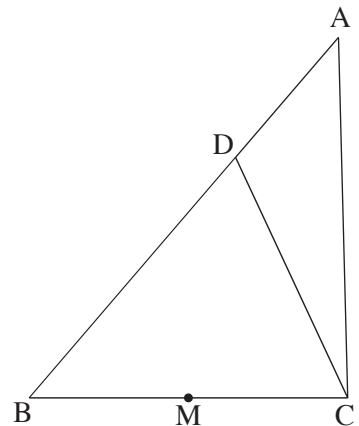
Données : $\angle DCB = 65^\circ$, $DC = 10$, $BC = 12$.

⌘. Calculez la longueur du segment BD .

Ⓐ. Calculez l'aire du triangle ADC .

Le point M est le milieu du segment BC .

Ⓐ. Le point M est-il le centre du cercle circonscrit au triangle BDC ? Justifiez.



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines (40 points)

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

6. Soit la fonction $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Quelles sont les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses ?
- ג. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ד. Quels sont les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$?
- ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f(x) + c$ dont le domaine de définition est identique à celui de la fonction $f(x)$. c est un paramètre.

- ו. Quelles sont toutes les valeurs de c pour lesquelles la fonction $g(x)$ est positive sur tout son domaine de définition ?

7. La fonction $f(x)$ est définie pour tout $x \neq 0$.

La figure ci-contre représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, également définie pour tout $x \neq 0$, et coupant l'axe des abscisses aux points $(2, 0)$, $(-2, 0)$.

- א. Déterminez les abscisses des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type d'après le graphe.

Donnée : $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + a$ pour tout $x \neq 0$.

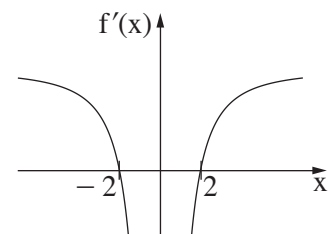
$a > 0$ est un paramètre.

- ב. Déterminez a .

Répondez à l'article ג pour $x > 0$.

L'ordonnée du point de minimum de la fonction $f(x)$ est 10.

- ג. (1) Donnez une expression algébrique de la fonction $f(x)$.
- (2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$ pour $x > 0$.



8. Le rectangle DFGE est circonscrit par la parabole $y = -x^2 + 6x$ et l'axe des abscisses, tel que cela est décrit dans la figure.

Les points A et B sont les points d'intersection du graphe de la parabole avec l'axe des abscisses, tel que cela est décrit dans la figure.

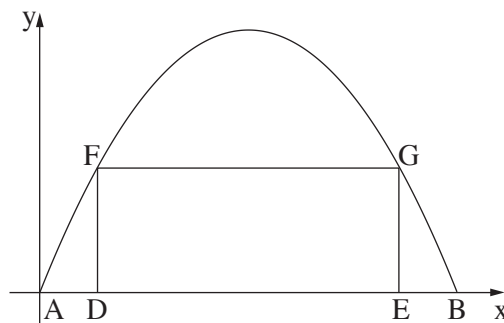
k est un paramètre. Donnée : $0 < k < 3$.

Donnée : $AD = EB = k$.

א. Exprimez les longueurs des côtés du rectangle DFGE en fonction de k.

ב. Déterminez le k pour lequel l'aire du rectangle DFGE est maximale.

Vous pourrez laisser une racine dans votre réponse.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך