

Mathematics

4 Points – 2nd Exam

Instructions for examinees

א. Duration of the exam: One hour and 45 minutes.

ב. Exam structure and breakdown of points:

This exam has two parts.

Part One — Sequences, Spatial Trigonometry

$$- 1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ points}$$

Part Two — Growth and Decay, Differential and Integral

Calculus of Trigonometric Functions,

Exponential and Logarithmic Functions, and

Power Functions

$$- 2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ points}$$

$$\text{Total} - 100 \text{ points}$$

ג. Material that may be used during the exam:

- (1) A non-graphing calculator. You may not use the programming options of a programmable calculator. Use of a graphing calculator or programming options may lead to the disqualification of your exam.
- (2) Formula sheets (attached).
- (3) A Hebrew-foreign language / foreign language-Hebrew dictionary.

ד. Special instructions:

- (1) Do not copy the question, but do indicate the number of the question you are answering.
- (2) Start each question on a new page.
Write the steps of the solution in your answer booklet, even when the calculations are done with a calculator. Explain all of your work, including calculations, in detail and in a clear and organized fashion. Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.
- (3) For draft paper, use the answer booklet.
If you use other draft paper, your exam may be disqualified.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

$$- 33\frac{1}{3} \times 1 - 33\frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של

פונקציות טריגונומטריות,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ופונקציות חזקה

$$- 33\frac{1}{3} \times 2 - 66\frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

$$\text{סה"כ} - 100 \text{ נקודות}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי.
אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש.
רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Good Luck!

בהצלחה!

Questions

Note: Explain all of your work, including calculations, clearly and in detail.

Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.

Part One — Sequences, Spatial Trigonometry ($33\frac{1}{3}$ points)

Answer one of the questions 1-2.

Note: If you answer more than one question, only the first answer in your answer booklet will be graded.

Sequences

1. Given: a geometric sequence a_n in which $a_2 = 6$, $a_5 = 162$.

א. Find the common ratio of the sequence, and find the value of a_1 .

The sum of the terms in the odd positions of the sequence is 1640.

ב. Find the number of terms in the odd positions of the sequence.

Given: The number of terms in the sequence is odd.

ג. Find the number of terms in the even positions of the sequence.

The sequence b_n is an infinite geometric sequence, in which $b_1 = \frac{5}{a_1}$, $b_2 = \frac{5}{a_2}$.

ד. (1) Find the common ratio of the sequence b_n .

(2) Find the sum of the sequence b_n .

Spatial Trigonometry

2. Given: a cube $ABCD A' B' C' D'$.

The length of an edge of the cube is a .

The diagonals AC' and BD' intersect at Point O.

א. (1) Express the length of the base diagonal AC in terms of a .

(2) Find the size of the angle between the diagonal AC' and the plane $ABCD$.

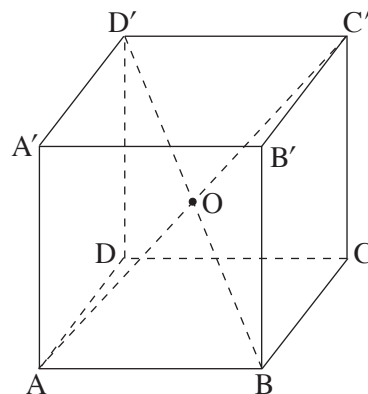
ב. Express the length of the cube diagonal AC' in terms of a .

ג. Find the size of the acute angle between the diagonals AC' and BD' .

ד. Express the area of Triangle AOB in terms of a .

Given: The area of Triangle AOB is $4\sqrt{2}$.

ה. Calculate the value of a .



**Part Two — Growth and Decay, Differential and Integral Calculus of
Trigonometric Functions, Exponential and Logarithmic Functions,
and Power Functions** ($66\frac{2}{3}$ points)

Answer two of the questions 3-5 (each question — $33\frac{1}{3}$ points).

Note: If you answer more than two questions, only the first two answers in your answer booklet will be graded.

3. Given: the function $f(x) = \sin^2 x + 6$ on the interval $-\pi \leq x \leq \pi$.

- א. Find the coordinates of the points of intersection of the graph of the function $f(x)$ with the axes (if there are any such points).
- ב. Find the coordinates of the extrema [נקודות הקיצון] of the function $f(x)$, and determine what type of extrema they are.
- ג. Sketch a graph of the function $f(x)$.
- ד. (1) On a separate set of axes, sketch a graph of the derivative $f'(x)$ on the interval $0 \leq x \leq \pi$.
(2) Calculate the area of the region between the graph of the derivative $f'(x)$ and the x -axis on the interval $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

4. Given: the function $f(x) = (x + 2)e^{x+3}$.

- א. Find the domain [תחום ההגדרה] of the function $f(x)$.
- ב. Find the interval on which the function $f(x)$ is positive.
- ג. Find the coordinates of the extremum [נקודת הקיצון] of the function $f(x)$, and determine what type of extremum it is.
- ד. Sketch a graph of the function $f(x)$.

Given: the function $g(x) = f(x) + a$. a is a parameter.

Given: The graph of the function $g(x)$ is tangent to the line $y = \frac{1}{2}$.

- ה. Find the value of a . Explain.

5. Given: the function $f(x) = 2\ln(x) + 2\ln(x^2) - 3$.
- א. Find the domain [תחום ההגדרה] of the function $f(x)$.
 - ב. Find the coordinates of the point of intersection of the graph of the function $f(x)$ with the x -axis.
 - ג. Find the intervals on which the function $f(x)$ is increasing and the intervals on which it is decreasing (if there are such intervals).
 - ד. Sketch a graph of the function $f(x)$.
 - ה. Using a dashed line, add a sketch of the graph of the function $-f(x)$ on the same set of axes you drew in Item ד.

Good Luck!

All rights reserved by the State of Israel.
Copying or publication without the consent of the
Ministry of Education is prohibited.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך