

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2018 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035582

Приложение: листы с формулами
для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות
ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания экзаменующимся

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела.

Раздел первый: аналитическая геометрия, векторы,
тригонометрия в пространстве, комплексные числа –

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ балла}$$

Раздел второй: рост и затухание, степенные функции,
показательные и логарифмические функции –

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ балла}$$

Всего – 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменующегося.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים –

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון הניתן

לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או

באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרם לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר

את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט

ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון

או לפסילת הבחינה.

3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת

הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа ($66\frac{2}{3}$ балла)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Дана каноническая парабола $y^2 = 2px$. $p > 0$ – параметр.

Точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ находятся на параболе.

Дано: угловой коэффициент прямой АВ равен $\frac{4}{3}$,
координата y середины отрезка АВ равна 9 .

(а) Найдите уравнение этой параболы.

Дано: касательные к данной параболе в точках А и В перпендикулярны друг другу.

(б) Найдите координаты точек А и В (точка А находится в первом квадранте).

(в) Найдите еще одну пару таких точек на параболе, что касательные к параболе, проведенные через них, перпендикулярны друг другу.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A' B' C' D'$

точка L – середина бокового ребра BB' ,

а точка G – точка пересечения диагоналей грани $A' B' C' D'$.

Точка K – середина отрезка LG (смотрите чертеж).

Обозначим: $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$

(а) Выразите $\overrightarrow{DK}$ при помощи $\underline{u}$, $\underline{v}$ и $\underline{w}$.

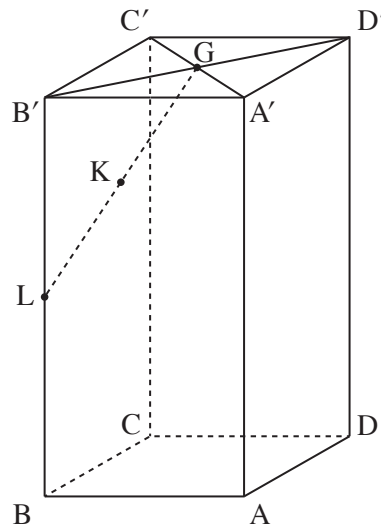
(б) Докажите, что точка K расположена на диагонали DB' ,
 и найдите соотношение $\frac{DK}{DB'}$.

Продолжение отрезка AK пересекает плоскость $BCC' B'$
 в точке F .

Дано: $\overrightarrow{AF} = s \cdot \underline{u} + \underline{v} + t \cdot \underline{w}$.

(а) (1) Найдите s и t и покажите, что точка F находится
 на боковом ребре $B' C'$.

(2) Найдите соотношение $\frac{B' F}{B' C'}$.



3. z_A , z_B и z_C – это три отличных друг от друга комплексных числа, представляющие
 точки A , B и C в гауссовой плоскости, соответственно.

Дано: $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$.

Точка A находится в первом квадранте,

z_A и z_C удовлетворяют уравнению $(8 - i)z = (8 + i)\bar{z}$.

(а) (1) Найдите z_A и z_C .

(2) Объясните, почему $\sphericalangle ABC = 90^\circ$.

Дано: $AB = BC$.

(б) Найдите z_B (найдите обе возможности).

Дано: точка B находится во втором квадранте.

(а) a_n – это геометрическая прогрессия, в которой $a_1 = z_A$ и $a_2 = z_B$.

Дано: m – такое натуральное число, что сумма m первых членов прогрессии a_n
 равна 0.

Объясните, почему m делится на 4 без остатка.

Раздел второй – рост и затухание, степенные функции, показательные и логарифмические функции ($33\frac{1}{3}$ балла)

Ответьте на один из вопросов 4-5 .

Обратите внимание: если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый из ответов в вашей тетради.

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$.

Обозначим: $g(x) = e^x - x$.

- (א) (1) Какова область определения функции $g(x)$?
- (2) Найдите координаты точки экстремума функции $g(x)$ и объясните, почему для любого x выполняется $e^x - x \geq 1$.
- (ב) (1) Какова область определения функции $f(x)$? Обоснуйте свой ответ.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат (если таковые существуют).
- (3) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).
- (4) Покажите, что $f'(x) = \frac{2e^x - xe^x - 1}{(e^x - x)^2}$.

Известно, что выражение $2e^x - xe^x - 1$ определено для любого x и является положительным в области $-1 \leq x \leq 1$.

- (ג) (1) Вычислите $f(-1)$ и $f(1)$ и начертите схематический график функции $f(x)$ в области $-1 \leq x \leq 1$.
- (2) Воспользуйтесь предыдущими пунктами вопроса и объясните, почему у функции $f(x)$ есть по меньшей мере две точки экстремума на всей ее области определения.
- (ד) Вычислите площадь фигуры, заключённой между осью x , прямой $x = -1$ и графиком функции $f(x)$ в области $-1 \leq x \leq 0$.

5. Дана функция $f(x) = \ln(e^{2x} + b)$. $b > 0$ – параметр.

- (א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
(2) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).

Дана функция: $g(x) = \ln(e^x + be^{-x})$.

- (ב) Найдите область определения функции $g(x)$.
(ג) (1) Докажите: $f(x) - g(x) = x$
(2) Найдите координаты точки пересечения графиков функций $f(x)$ и $g(x)$ (при необходимости выразите при помощи b).

Дано, что точка минимума функции $g(x)$ расположена на асимптоте функции $f(x)$.

- (ד) Найдите значение параметра b .
(ה) Подставьте $b = 4$ и начертите схематические графики функций $f(x)$ и $g(x)$ в одной системе координат.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.