

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2018 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035581

Приложение: листы с формулами

для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018, מועד ב

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра и теория вероятности —

(2×20) — 40 баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости —

(1×20) — 20 баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление
полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций
и тригонометрических функций —

(2×20) — 40 баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Словарь по выбору экзаменуемого.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора).

Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

— 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

— 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות

רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

— 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט

עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת

הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Расстояние между домом Ренаны и школой равно 500 метров.
Ренана вышла из дома в школу и шла с постоянной скоростью.
Через 3 минуты после того, как она вышла из дома, из него вышел ее отец и направился вслед за ней, чтобы принести ей бутерброд, который она забыла дома. Он бежал с постоянной скоростью 2.5 метра в секунду.
После того как отец догнал Ренану, они стояли и разговаривали в течение 2 минут. Он дал ей бутерброд, и каждый из них пошел своей дорогой: Ренана – в школу, а ее отец – назад домой. Ренана продолжала идти с той же скоростью, с которой она шла до этого, а ее отец шел со скоростью 1.5 метра в секунду.
Отец Ренаны пришел домой в точности в тот же момент времени, в который Ренана пришла в школу.
(*) Вычислите скорость, с которой шла Ренана.
(*) Сколько времени прошло с момента, в который Ренана вышла из дома, до того момента, как она пришла в школу?
2. Последовательность a_n задана для каждого натурального n с помощью рекуррентного правила: $a_{n+1} = -\frac{c^{n-2}}{a_n}$, $a_1 = -\frac{1}{c}$. Дано: $c > 0$.
(*) Докажите, что члены последовательности a_n , расположенные на нечетных местах, образуют геометрическую прогрессию, и что члены последовательности a_n , расположенные на четных местах, также образуют геометрическую прогрессию.
(*) (1) Напишите первые 7 членов последовательности a_n . При необходимости выразите свой ответ при помощи c .
(2) Выразите при помощи c сумму 7 первых членов последовательности a_n .
(3) Докажите, что для любого натурального n сумма $2n - 1$ первых членов последовательности a_n не зависит от n .
(*) Последовательность b_n задана следующим образом: $b_n = -\frac{2}{a_n \cdot a_{n+1}}$.
(1) Покажите, что b_n является геометрической прогрессией.
(2) Какова область значений c , при которых b_n является убывающей последовательностью?
(3) Дано, что бесконечная последовательность b_n является убывающей последовательностью. Выразите при помощи c ее сумму.

3. В экзамене множественного выбора ("американском") есть 5 вопросов.

К каждому вопросу прилагается 4 варианта ответа, но лишь один из них является верным.

Ученики должны отметить один из 4 предложенных вариантов ответа.

Ученик, отметивший верный ответ на вопрос, получает 20 баллов за этот вопрос.

Ученик, отметивший неверный ответ на вопрос, не получает баллов за этот вопрос.

Для того чтобы сдать экзамен, всего нужно набрать не менее 60 баллов.

(**א**) Шахар в точности знал верные ответы на 2 вопроса и отметил их.

На остальные вопросы он произвольно отметил по одному из вариантов ответа.

(1) Какова вероятность того, что Шахар наберет на экзамене в точности 60 баллов?

(2) Какова вероятность того, что Шахар сдаст экзамен?

(**ב**) Даниэль в точности знал верные ответы на 2 вопроса и отметил их.

В каждом из трех других вопросов Даниэль в точности знал, что один из 4 приведенных вариантов ответа является неверным, и поэтому он произвольно отметил один из других вариантов ответа на каждый вопрос.

Какова вероятность того, что Даниэль наберет на экзамене в точности 60 баллов?

(**ג**) Хадас в точности знала верные ответы на 3 вопроса и отметила их.

В каждом из остальных двух вопросов она в точности знала, что k из 4 приведенных вариантов ответа являются неверными, и произвольно отметила один из других вариантов ответа на эти вопросы.

Известно, что вероятность того, что Хадас наберет в точности 60 баллов на экзамене, равна вероятности того, что она наберет 100 баллов на экзамене.

Найдите k . Обоснуйте свой ответ.

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание: Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. ABC – равнобедренный треугольник ($AB = BC$) .

AK и CL – медианы данного треугольника, пересекающиеся в точке D .

Дано: $AK \perp CL$.

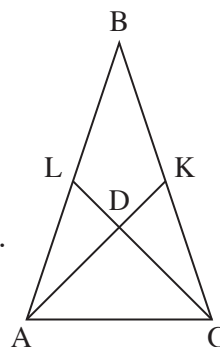
(*) Докажите: $BD = AC$.

(*) Вычислите отношение $\frac{S_{BLDK}}{S_{\triangle ABC}}$.

(*) M – центр окружности, описанной вокруг четырехугольника $ALKC$.

(1) Докажите: $\sphericalangle AML = 90^\circ$.

(2) Найдите отношение $\frac{AM}{AD}$.



В своем ответе вы можете оставить знак корня.

5. ABC – равнобедренный треугольник ($AB = AC$) .

BD – биссектриса в треугольнике ABC .

Продолжение отрезка BD пересекает окружность, описанную вокруг треугольника ABC , в точке E .

Величина угла ABC равна 2β .

(*) Выразите при помощи β значение $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$ – отношения между площадью треугольника ABC и площадью треугольника ADE . Нет необходимости упрощать полученное вами выражение.

Дано: BE равен по длине радиусу окружности, описанной вокруг треугольника ABC .

(*) Вычислите отношение $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$.

Обозначим через a длину боковой стороны AB .

(*) Выразите при помощи a радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

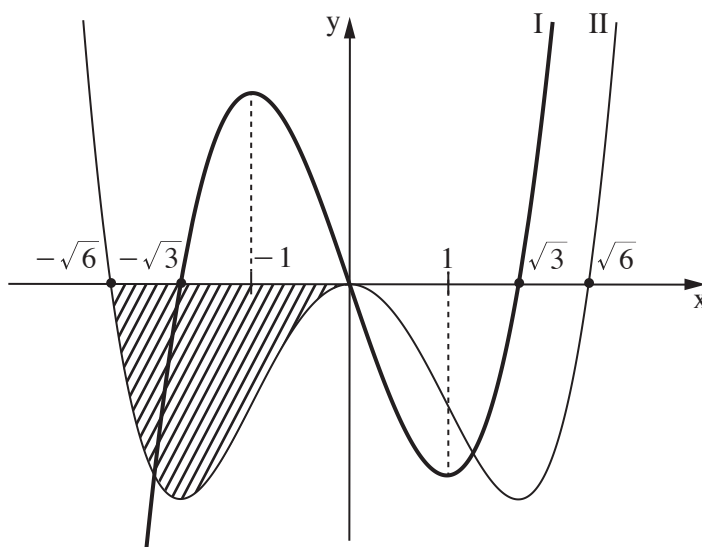
В своих ответах оставьте две цифры после десятичного знака [הנקודה העשרונית].

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций и тригонометрических функций (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Ниже приведены графики функций $f'(x)$ и $f''(x)$ (функция первой производной и функция второй производной функции $f(x)$) в области $-2.5 \leq x \leq 2.5$. Оба графика проходят через точку начала координат.



- (א) Укажите, какой из графиков I и II соответствует каждой из функций $f'(x)$ и $f''(x)$. Обоснуйте свой ответ.
- (ב) (1) Сколько внутренних точек экстремума есть у функции $f(x)$ в области, описанной на графике? Обоснуйте свой ответ.
- (2) Сколько точек перегиба есть у функции $f(x)$ в области, описанной на графике? Обоснуйте свой ответ.
- (ג) При каком значении x в области $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$ угловой коэффициент наклона касательной к графику функции производной $f'(x)$ будет наименьшим?

Дано: $f(x)$ – нечетная функция.

- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дано: Значение функции $f(x)$ в точке ее максимума равно t .

- (ה) Выразите при помощи t площадь фигуры, заключённой между графиком II и отрицательной частью оси x (заштрихованная фигура на чертеже).
- (ו) Дано: существуют такие действительные a , b и c , что $f(x) = ax^5 + bx^3 + c$.
 Найдите c и отношение $\frac{a}{b}$.

7. Дана функция: $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$.

(א) Какова область определения функции $f(x)$?

Ответьте на вопросы пунктов (ב)-(ה) для области $x \geq \frac{2}{7}$.

(ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

(ג) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(ד) У функции $f(x)$ есть горизонтальная асимптота. Найдите уравнение данной горизонтальной асимптоты функции $f(x)$.

(ה) Начертите схематический график функции $f(x)$

Ответьте на вопрос пункта (ו) для области $x > 0$.

(ו) Посмотрим на точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

Ниже приведены три утверждения (i-iii). Одно из них верно. Какое из них верно?

Обоснуйте свой ответ.

i) С приближением к точке $x = 0$ расстояние между двумя соседними точками пересечения уменьшается.

ii) Расстояние между двумя соседними точками пересечения остается неизменным.

iii) С приближением к точке $x = 0$ расстояние между двумя соседними точками пересечения увеличивается.

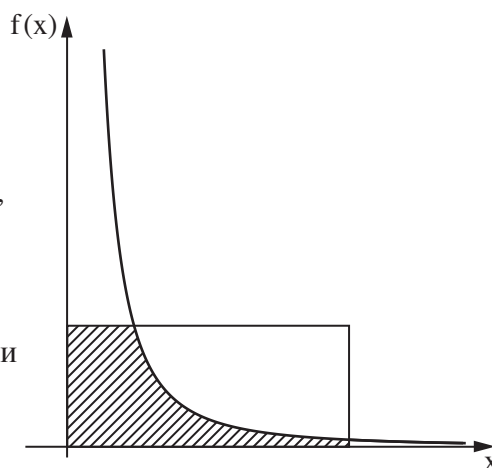
8. На следующем чертеже изображен график функции $f(x) = \frac{1}{x^2}$ в области $x > 0$

и прямоугольник, две из сторон которого расположены на осях координат, а сам он находится в первом квадранте.

Дано: площадь прямоугольника равна 4.

Обозначим через a длину стороны прямоугольника, лежащей на оси x . Дано: $a \geq \frac{1}{4}$.

(א) Выразите при помощи a площадь фигуры, заключенной между осями координат, сторонами прямоугольника и графиком функции $f(x)$ (заштрихованная фигура на чертеже).



(ב) При каком значении a площадь фигуры, найденная вами в пункте (א), будет максимальной?

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.