

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire
Instructions au candidat

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון
הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 $20 \times 2 - 40$ נקודות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 $20 \times 1 - 20$ נקודות
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
 $20 \times 4 - 40$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- א. Durée de l'examen : trois heures et demie.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte trois parties.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
 $2 \times 20 - 40$ points
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes
 $1 \times 20 - 20$ points
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines
 $2 \times 20 - 40$ points
Total — 100 points
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (joint au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.
(3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen.
L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

Bonne chance!

בהצלחה!

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.
 Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités (40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Lors d'un cours d'art, un élève a reçu un fil de fer long de $52a$ cm, à partir duquel il a fabriqué deux cadres : un cadre carré et un cadre rectangulaire.

Un des côtés du rectangle est de même longueur que le côté du carré et l'autre côté du rectangle est $\frac{4}{3}$ fois plus grand que le côté du carré.

Le fil a suffi exactement à la fabrication des deux cadres.

- א. Exprimez les longueurs des côtés du rectangle en fonction de a .
- ב. L'élève a fabriqué deux cadres supplémentaires à partir d'un autre fil de fer (de longueur différente) : un cadre rectangulaire identique au premier cadre rectangulaire, et un cadre en forme de carré dont le côté est 65% plus long que le côté du premier carré.
Déterminez, en pourcentage, de combien le deuxième fil est plus long que le premier fil.
- ג. La longueur de la diagonale du rectangle est de 45 cm.
Déterminez les longueurs des côtés du rectangle.

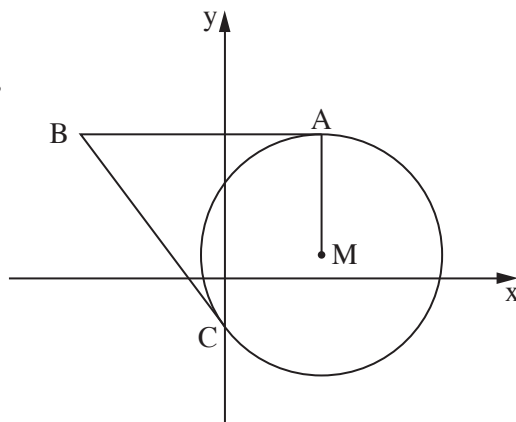
2. Un cercle de centre $M(4,1)$ coupe l'axe des ordonnées en un point C , tel que cela est décrit dans la figure.

À partir du point B , situé dans le deuxième quadrant, on a tracé deux droites tangentes au cercle aux points A et C .

L'équation de la droite AB est $y = 6$.

- א. Quelle est l'équation du cercle ?
- ב. Déterminez l'équation de la droite BC .
- ג. Calculez l'aire du quadrilatère $ABCM$.
- ד. Calculez la longueur du rayon du cercle circonscrit au triangle BCM .

Donnez une réponse avec deux chiffres après la virgule.



3. Dans une école, certains élèves habitent dans la ville et d'autres élèves habitent en dehors de la ville.

Le nombre de filles étudiant dans cette école est 1,25 fois plus élevé que le nombre de garçons étudiant dans cette école.

75% des garçons habitent dans la ville et 40% des filles habitent en dehors de la ville.

On a choisi un élève au hasard parmi les élèves de cette école (garçon ou fille).

- א. Quelle est la probabilité que l'on ait choisi un garçon qui habite dans la ville ?
- ב. On sait que l'élève choisi (garçon ou fille) habite dans la ville. Quelle est la probabilité qu'une fille ait été choisie ?
- ג. Cette école comporte 900 élèves (garçons et filles). Combien d'élèves (garçons et filles) habitent dans la ville ?
- ד. Chaque jour on choisit au hasard un élève de l'école qui sera responsable du ménage (le même élève peut être choisi deux jours de suite).
Quelle est la probabilité qu'au cours de 3 jours consécutifs, au moins 2 élèves qui habitent en dehors de la ville soient désignés responsable du ménage (le responsable du ménage peut être un garçon ou une fille) ?

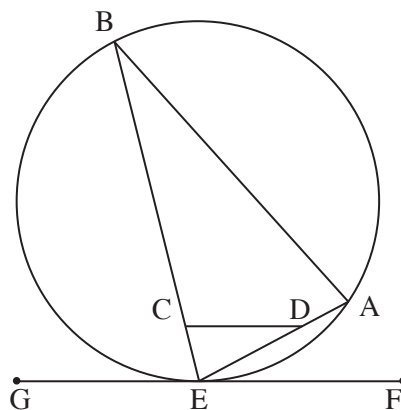
Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

(20 points)

Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention ! Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. Le triangle AEB est inscrit dans un cercle.
Le segment GF est tangent au cercle au point E.
Les points C et D se trouvent respectivement sur les côtés BE et AE, de sorte que le segment CD est parallèle à la tangente.
- א. Démontrez que $\angle ABE = \angle CDE$.
 - ב. Démontrez que $\triangle CDE \sim \triangle ABE$.
 - ג. Démontrez qu'il est possible d'inscrire le quadrilatère ABCD dans un cercle.
 - ד. Données : $CD = 4$ cm , $BE = 12$ cm , $ED = \frac{1}{3}AB$.
Calculez la longueur du segment ED.



/suite en page 4/

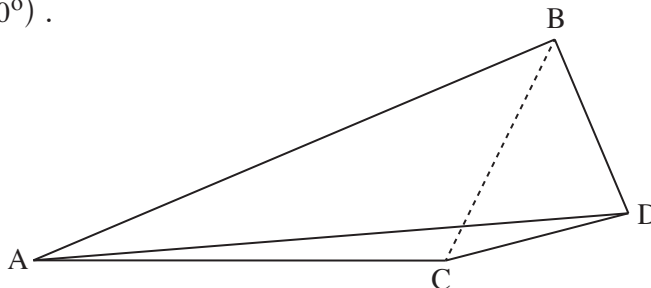
5. ABD est un triangle rectangle ($\angle ABD = 90^\circ$).

On note : $BD = a$. Donnée : $AB = 3a$.

א. Calculez la mesure de l'angle ADB.

C est un point en dehors du triangle.

Donnée : $\angle ADC = 10^\circ$, $CD = BD$.



ב. Exprimez la longueur du

segment BC en fonction de a .

ג. Exprimez la longueur du segment AC en fonction de a .

ד. Donnée : l'aire du triangle BDC est de 30 cm^2 .

Calculez l'aire du quadrilatère ABDC.

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines (40 points)

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

6. Soit la fonction $f(x) = x^2(x - 4)^2$, définie pour tout x .

Répondez aux articles א-ג. Développez la parenthèse s'il le faut.

א. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.

(2) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

(3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

(4) Déterminez les intervalles sur lesquels la fonction $f(x)$ est positive et les intervalles sur lesquels elle est négative (s'il en existe).

ב. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$ et par l'axe des abscisses.

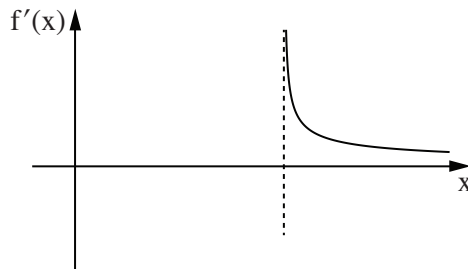
ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction dérivée, $f'(x)$.

7. Soit la fonction $f(x) = \sqrt{2x - 13}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes (s'il en existe).
- (3) Montrez que la fonction $f(x)$ est croissante sur la totalité de son domaine de définition.
- (4) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Voici le graphe de la fonction dérivée, $f'(x)$.

- א. (1) Quel est le domaine de définition de la fonction dérivée, $f'(x)$?
- (2) Quelle est l'équation de l'asymptote verticale de la fonction dérivée, $f'(x)$?



Les graphes des fonctions $f(x)$ et $f'(x)$ se coupent en un point A.

- א. Calculez les coordonnées du point A.

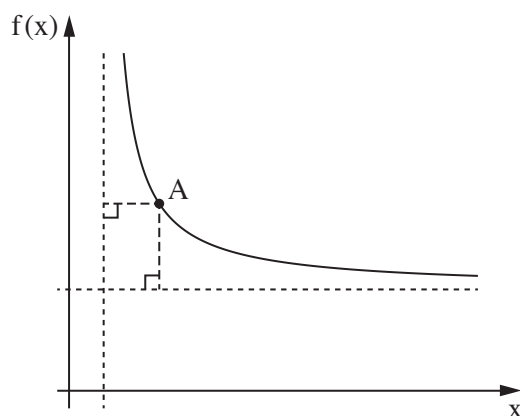
À partir du point A, on a abaissé une perpendiculaire à l'axe des abscisses.

- א. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par la perpendiculaire, par l'axe des abscisses et par la droite $x = 11$.

8. Voici le tracé du graphe de la fonction $f(x) = \frac{4}{x-1} + 3$ dans le premier quadrant.

À partir du point A, situé sur le graphe de la fonction $f(x)$ dans le premier quadrant, on a abaissé des perpendiculaires aux asymptotes de la fonction $f(x)$, de manière à former un rectangle.

- א. Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ perpendiculaires aux axes.
- א. Déterminez les coordonnées du point A pour lequel le périmètre du rectangle est minimal.
- א. Calculez l'aire du rectangle dont le périmètre est minimal.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך