

Matemáticas

5 unidades de estudio – Segundo cuestionario

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

Instrucciones para el examen

א. Duración del examen: Dos horas y cuarto.

ב. Estructura del cuestionario y clave de la evaluación:

Este cuestionario consta de dos partes.

Primera parte – Geometría analítica, vectores, trigonometría del espacio, números complejos

$$2 \times 33 \frac{1}{3} - 66 \frac{2}{3} \text{ puntos}$$

Segunda parte – Crecimiento y decrecimiento, funciones potencia funciones exponenciales y logarítmicas

$$1 \times 33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3} \text{ puntos}$$

$$\text{Total} - 100 \text{ puntos}$$

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה

במרחב, מספרים מרוכבים

$$66 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \times 2 \text{ נקודות}$$

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות

$$33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3} \times 1 \text{ נקודות}$$

$$\text{סה"כ} - 100 \text{ נקודות}$$

ג. Material auxiliar permitido:

(1) Una calculadora no gráfica. No se admite la posibilidad de programación con calculadoras programables. El uso de calculadora gráfica o de la posibilidad de programación de las calculadoras programables puede causar la anulación del examen.

(2) Hojas de fórmulas (adjuntas).

(3) Diccionario hebreo-lengua extranjera / lengua extranjera-hebreo.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. Instrucciones especiales:

(1) No copies la pregunta; indica sólo su número.

(2) Inicia cada respuesta a una nueva pregunta en una nueva hoja. Indica en el cuadernillo las etapas de la resolución, aun en el caso en que realices tus cálculos utilizando la calculadora.

Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos.

La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

(3) Como borrador puedes usar las hojas del cuadernillo del examen.

El uso de otros borradores puede causar la anulación del examen.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי

הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה

ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

¡Buena Suerte!

בהצלחה!

Preguntas

¡Presta atención! Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Primera parte — Geometría analítica, vectores, trigonometría del espacio, números complejos ($66\frac{2}{3}$ puntos)

Responde a dos de las preguntas 1 – 3 (cada pregunta $33\frac{1}{3}$ puntos).

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

1. Se dan los puntos: $A(-3a, 0)$ y $B(3, 0)$. $a > 0$ es un parámetro .

- א. Expresa por medio de a el lugar geométrico de todos los puntos P , que cumplen $\frac{PA}{PB} = 1$.
- ב. Muestra que el lugar geométrico de todos los puntos Q , que cumplen $\frac{QA}{QB} = 2$ es una circunferencia, y expresa por medio de a las coordenadas del centro de la circunferencia y su radio.
- ג. Observemos el conjunto de todas las circunferencias que son tangentes al lugar geométrico que hallaste en el apartado א y pasan por el centro de la circunferencia hallaste en el apartado ב.

Se sabe que los centros de dichas circunferencias constituyen un lugar geométrico que pasa por el origen de coordenadas.

- (1) Identifica ese lugar geométrico.
- (2) Halla a , y escribe la ecuación de ese lugar geométrico.

2. En el dibujo que te presentamos se da un paralelepípedo $ABCD A'B'C'D'$. Las aristas DA , DC y DD' se hallan sobre los ejes x , y y z respectivamente, como se muestra en el dibujo.

Dato: $DA = 4$, $AA' = 3$.

Indicaremos: $AB = a$. $a > 0$ es un parámetro.

Los puntos P , N , L , y K se hallan sobre las aristas del paralelepípedo AA' , DC , BC ,

y $A'B'$ respectivamente, de modo que

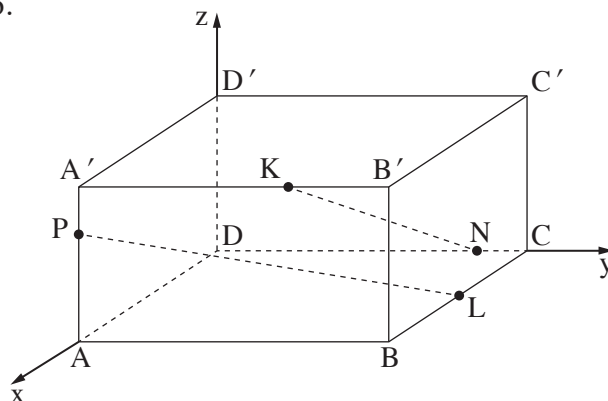
se cumple: $AP = 2PA'$,

$N(0, 5, 0)$,

L es el punto medio de la

arista BC , $\overrightarrow{A'K} = \frac{4}{5}\overrightarrow{DN}$.

- א. Halla la ecuación del plano PNK .



- א. (1) Halla la representación paramétrica de la recta NK y de la recta PL . Si fuera necesario, expresa por medio de a .
(2) Explica por qué las rectas NK y PL son rectas alabeadas [מצטלבים].

- א. (1) ¿Para qué valor de a $\angle PC'C = 82.1^\circ$? Expresa tu respuesta con dos cifras decimales.
(2) ¿Existe un a para el cual $\angle PC'C = 90^\circ$? Justifica tu respuesta.

3. z_1 y z_2 son dos números complejos que cumplen: $|z_1| = |z_2| = r$, $\arg z_1 + \arg z_2 = 90^\circ$.

- א. Demuestra que el producto $z_1 \cdot z_2$ es un número imaginario puro, y exprésalo por medio de r .

Los puntos A , B , y C en el plano de Gauss representan respectivamente los números complejos z_1 , z_2 y z_3 .

Se sabe que: los puntos A , B , y C no se hallan sobre la misma recta, y el punto C se halla sobre la recta $y = x$.

- א. Explica por qué el triángulo ABC es un triángulo isósceles.

El punto D en el plano de Gauss corresponde al número complejo $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$.

Se sabe que:

$$z_1 + z_2 = 7 + 7i$$

$$z_1 - z_2 = 1 - i$$

$$(z_3)^2 = 2i$$

- א. (1) Halla las coordenadas de los puntos C y D (Halla las dos posibilidades).
(2) Calcula el área del cuadrilátero $BDAC$ para el punto C que se halla en el primer cuadrante.

/Continúa en la página 4/

Segunda parte — Crecimiento y decrecimiento, funciones potencia exponenciales y logarítmicas ($33\frac{1}{3}$ puntos)

Responde a una de las preguntas 4 – 5.

Presta atención Si respondes a más de una pregunta, sólo la primera respuesta de tu cuadernillo será tenida en cuenta para la corrección.

4. Se da la familia de funciones $f(x) = e^{2mx} - e^{mx}$. $m > 0$ es un parámetro.

Responde al apartado $\aleph$. Si fuera necesario expresa por medio de m .

- $\aleph$. (1) Halla el dominio de definición de la función $f(x)$.
- (2) Halla las coordenadas de los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes (si los hubiere).
- (3) Halla las ecuaciones de las asíntotas de la función $f(x)$ que son perpendiculares a los ejes, (si las hubiere).
- (4) Halla las coordenadas de los puntos de extremo de la función $f(x)$ (si los hubiere), y determina su tipo.

- $\beth$. Traza en un mismo sistema de ejes gráficos de las funciones $f(x)$ para $m = 1$ y para $m = 2$ (se sabe que los dos gráficos se cortan entre sí en exactamente dos puntos). Haz corresponder entre los dos gráficos que trazaste y entre los valores de m dados.

La recta $y = k$ es tangente al gráfico de la función $f(x)$.

- $\beth$. (1) Expresa por medio de m el área limitada por el gráfico de la función $f(x)$, por el eje y y por la recta $y = k$.

Para todo m , indicaremos el área descrita en el subapartado $\beth(1)$ con S_m (S_1 es el área para $m = 1$).

- (2) Muestra que para todo m se cumple: $S_m = \frac{S_1}{m}$.

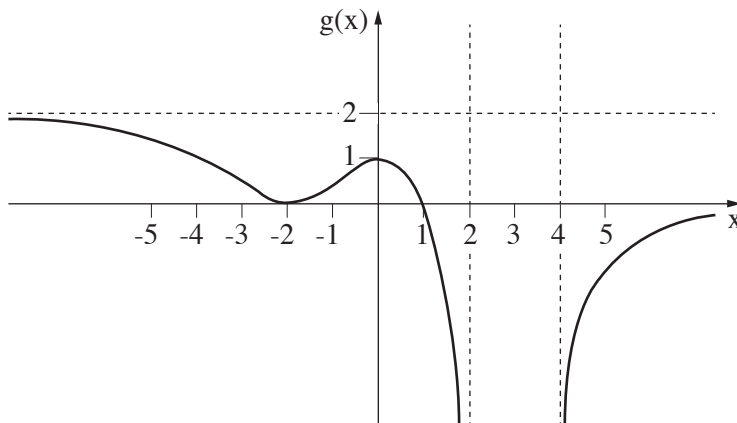
5. Dato: $f(x)$ es una función continua y derivable para todo x . Indicaremos $g(x) = \ln(f(x))$.

La función $g(x)$ se define para todo $x > 4$ y para todo $x < 2$, y sólo allí.

En el intervalo $2 \leq x \leq 4$, $f'(x) = 0$ sólo para $x = 3$.

En el dibujo que te presentamos se describe el gráfico de la función $g(x)$.

La función $g(x)$ se anula sólo en los puntos en los que $x = 1$ y $x = -2$.



א. Halla $f(-2)$, $f(0)$ y $f(1)$.

ב. ¿Cuáles son los intervalos de positividad y de negatividad de la función $f(x)$? Justifica tu respuesta.

ג. ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con cada uno de los ejes? Justifica tu respuesta.

ד. La función $f(x)$ tiene dos asíntotas horizontales. Escribe sus ecuaciones.

ה. ¿Cuáles son los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f(x)$? Justifica tu respuesta.

ו. Traza un exbozo del gráfico de la función $f(x)$.

ז. Explica por qué: $\int_{-2}^1 f(x) dx > 3$.

¡Buena Suerte!

Los derechos de autor están reservados al Estado de Israel.
Se prohíbe su copia o publicación salvo la autorización expresa
del Ministerio de Educación.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך