

Matemáticas

4 unidades de estudio-Primer cuestionario

Instrucciones para el examen

- א. Duración del examen: Tres horas y media.
- ב. Estructura del cuestionario y clave de la evaluación:
Este cuestionario consta de tres partes.
Primera parte – Álgebra, Geometría analítica,
Probabilidad – $2 \times 20 = 40$ puntos
Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano
 $1 \times 20 = 20$ puntos
Tercera parte - Cálculo diferencial e integral de
polinomios, de funciones racionales y de
funciones radical -
 $2 \times 20 = 40$ puntos
Total – 100 puntos

ג. Material auxiliar permitido:

- (1) Una calculadora no gráfica. No se admite la posibilidad de programación con calculadoras programables. El uso de calculadora gráfica o de la posibilidad de programación de las calculadoras programables puede causar la anulación del examen.
- (2) Hojas de fórmulas (adjuntas).
- (3) Diccionario hebreo-lengua extranjera / lengua extranjera-hebreo.

ד. Instrucciones especiales:

- (1) No copies la pregunta; indica solo su número.
- (2) Inicia cada respuesta a una nueva pregunta en una nueva hoja. Indica en el cuadernillo las etapas de la resolución, aun en el caso en que realices tus cálculos utilizando la calculadora. Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.
- (3) Como borrador debes usar las hojas del cuadernillo del examen. El uso de otros borradores puede causar la anulación del examen.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 $20 \times 2 = 40$ נקודות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה
במישור
 $1 \times 20 = 20$ נקודות
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות
רציונליות ושל פונקציות שורש
 $2 \times 20 = 40$ נקודות
סה"כ 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

¡Buena Suerte!

בהצלחה!

Preguntas

¡Presta atención! Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Primera parte – Álgebra, Geometría analítica, Probabilidad

(40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 1 – 3 (cada pregunta – 20 puntos).

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

1. La distancia entre la ciudad α y la ciudad β es de 126 kilómetros.

A las 8:00 un automóvil salió de la ciudad α a la ciudad β .

A las 8:30 un ciclista salió de la ciudad β a la ciudad α .

El automóvil y el ciclista se encontraron a las 9:30, y siguieron su camino.

15 minutos después del encuentro llegó el automóvil a la ciudad β .

El automóvil y el ciclista no modificaron sus velocidades durante el tiempo del viaje.

α . Halla la velocidad del viaje del automóvil y la velocidad del viaje del ciclista.

Al día siguiente el automóvil y el ciclista salieron uno al encuentro del otro, al mismo tiempo.

El automóvil salió de la ciudad β a la ciudad α y el ciclista salió de la ciudad α a la ciudad β .

El automóvil viajó a una velocidad constante superior en a kilómetros por hora a la velocidad a la que viajó el día anterior, y el ciclista viajó a una velocidad constante inferior en a kilómetros por hora a la velocidad a la que viajó el día anterior.

El automóvil y el ciclista se encontraron después de t horas.

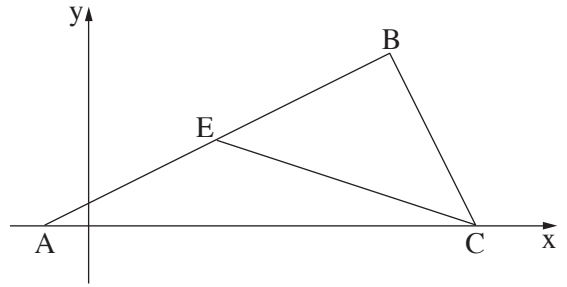
β . Halla t .

2. CE es una mediana en el triángulo ABC.

Dato: $A(-1,0)$, $B(7,4)$,

el vértice C se halla sobre el eje x,

(ver dibujo).



א. Halla las coordenadas del punto E.

Dato: $EB = BC$. La coordenada x del vértice C

es mayor que la coordenada x del vértice B.

א. Halla las coordenadas del vértice C.

Desde el punto B se trazó una perpendicular al eje x

La perpendicular trazada corta al segmento CE en el punto K y al eje x en el punto F.

א. (1) Halla las coordenadas del punto K y la longitud del segmento KF.

(2) Calcula el área del triángulo EKF.

3. En una cesta hay 2 manzanas y un número determinado de duraznos.

Tal extrae de la cesta, al azar, dos frutas una tras otra sin devolución.La probabilidad de que extraiga dos manzanas es de $\frac{1}{36}$.

א. Halla el número de duraznos que había en la cesta antes de que Tal extrajera las frutas.

א. ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda fruta que extrajo Tal haya sido una manzana?

א. (1) Calcula la probabilidad de que Tal haya extraído de la cesta dos frutas de la misma especie.

(2) Se sabe que Tal extrajo de la cesta dos frutas de la misma especie. ¿Cuál es la probabilidad de que haya extraído dos duraznos?

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano (20 puntos)

Responde a una de las preguntas 4 - 5.

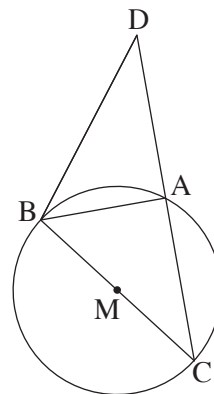
¡Presta atención! Si respondes a más de una pregunta, solo la primera respuesta de tu cuadernillo será tenida en cuenta para la corrección.

4. En el dibujo siguiente se describe una circunferencia cuyo centro es M y su radio es R.

BC es el diámetro de la circunferencia. El punto D se halla fuera de la circunferencia.

El segmento DC corta la circunferencia en el punto A.

Dato: $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle AMC$.



- א. Demuestra que BA es una bisectriz en el triángulo DBC.
- ב. Demuestra que $\triangle CBD \sim \triangle CMA$.
- ג. Demuestra que MA es el segmento medio en el triángulo DBC.
- ד. Dato: el triángulo ABM es un triángulo equilátero.

Expresa el área del triángulo CBD por medio del radio de la circunferencia.

5. ABCD es un paralelogramo.

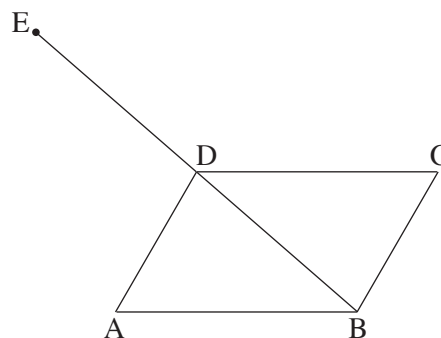
Dato: $AB=15$, $BC=10$.

Indicaremos: $\angle DAB = \alpha$ ($\alpha < 90^\circ$).

- א. Expresa por medio de α el área del triángulo BAD.

Dato: el área del paralelogramo es $75\sqrt{3}$.

- ב. Calcula la magnitud del ángulo α .
- ג. Calcula la longitud de la diagonal BD.



El punto E se halla sobre la prolongación de la diagonal BD, como está descrito en el dibujo, de modo que $ED=DB$.

- ד. (1) Halla la magnitud del ángulo ABE.
- (2) Halla el radio de la circunferencia que circunscribe al triángulo ABE.

Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios, de funciones racionales y de funciones radical (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 6-8 (cada pregunta – 20 puntos)

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

6. Se da la función $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$.

- א. (1) Halla el dominio de definición de la función $f(x)$.
- (2) Halla las ecuaciones de las asíntotas de la función $f(x)$ que son perpendiculares a los ejes.
- (3) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$.
- (4) Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.
- ב. Calcula el área limitada por el gráfico de la función $f(x)$, por el eje x y por las rectas $x = 4$ y $x = 5$.

Se da la función $g(x) = f(x) - 4$.

- ג. ¿Cuál es el área limitada por el gráfico de la función $g(x)$, por el eje x y por las rectas $x = 4$ y $x = 5$? Justifica tu respuesta.

7. Se da la función $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x+a}$. a es un parámetro.

- א. Expresa por medio de a el dominio de definición de la función $f(x)$.
El punto $(2, 24)$ se halla sobre el gráfico de la función $f(x)$.
- ב. Halla a .

Sustituye $a = 7$ y responde a los apartados ג-ד.

- ג. (1) Halla las coordenadas de los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes.
- (2) Halla las coordenadas de los puntos de extremo de la función $f(x)$, y determina su tipo.
- (3) Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.
- (4) ¿Cuáles son los dominios de positividad y de negatividad de la función (x) ?

Se da la función $g(x) = f(x) + c$. c es un parámetro.

- ד. ¿Cuál es el valor de c para el cual la función $g(x)$ es tangente al eje x ?
Justifica tu respuesta.

8. En el siguiente dibujo se describen el gráfico de la función $f(x) = x^3$ y la recta $x=2$.

El punto A se halla sobre el gráfico de la función $f(x)$.

Dato: $0 < x_A < 2$ (x_A es la coordenada x del punto A).

Desde el punto A se ha trazado una recta paralela al eje x (la recta punteada del dibujo).

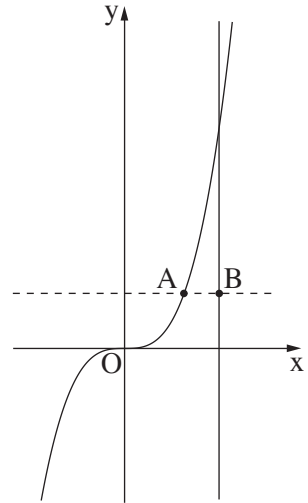
La recta trazada corta a la recta $x = 2$ en el punto B (ver dibujo).

El punto O es el origen de coordenadas.

א. ¿Cuáles son las coordenadas del punto A para el cual el área del triángulo ABO es máxima?

Justifica tu respuesta.

ב. Calcula el área del triángulo ABO para el punto A que hallaste en el apartado א.



¡Buena Suerte!

Los derechos de autor están reservados al Estado de Israel.
Se prohíbe su copia o publicación salvo la autorización expresa
del Ministerio de Educación.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך