

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire
Instructions au candidat

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון
הוראות לנבחן

- א. Durée de l'examen : trois heures et demie.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte trois parties.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
 $2 \times 20 = 40$ points
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes
 $1 \times 20 = 20$ points
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines
 $2 \times 20 = 40$ points
Total — 100 points
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (joint au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.
(3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen.
L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
 $20 \times 2 = 40$ נקודות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
 $20 \times 1 = 20$ נקודות
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
 $20 \times 2 = 40$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance!

בהצלחה!

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

(40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. La distance entre la ville α et la ville β est de 126 km.

À 8:00, une voiture a quitté la ville α en direction de la ville β .

À 8:30, un cycliste a quitté la ville β en direction de la ville α .

La voiture et le cycliste se sont croisés à 9:30, puis ont poursuivi leur parcours.

15 minutes après la rencontre, la voiture a atteint la ville β .

La voiture et le cycliste n'ont pas modifié leur vitesse au cours de leur trajet.

α . Déterminez la vitesse à laquelle la voiture a roulé et la vitesse à laquelle le cycliste a roulé.

Le lendemain, la voiture et le cycliste ont quitté leurs villes en direction l'un de l'autre au même moment.

La voiture a quitté la ville β en direction de la ville α , et le cycliste a quitté la ville α en direction de la ville β .

La voiture a roulé à une vitesse constante supérieure de a km/h à la vitesse à laquelle elle avait roulé la veille, et le cycliste a roulé à une vitesse constante inférieure de a km/h à la vitesse à laquelle il avait roulé la veille.

La voiture et le cycliste se sont croisés au bout de t heures.

β . Déterminez t .

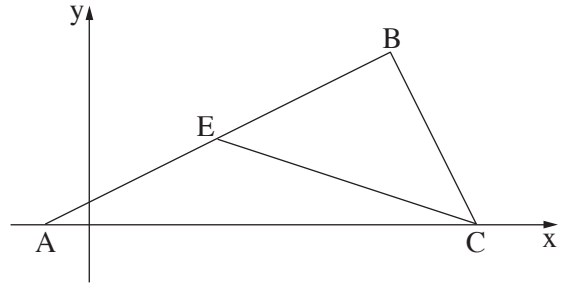
2. CE est une médiane du triangle ABC .

Données : $A(-1,0)$, $B(7,4)$,
 le sommet C se situe sur l'axe
 des abscisses (voir figure).

⌘. Déterminez les coordonnées du point E .

Données : $EB = BC$,

l'abscisse du sommet C est supérieure à celle du sommet B .



⌘. Déterminez les coordonnées du sommet C .

À partir du sommet B , on a abaissé une perpendiculaire à l'axe des abscisses.

La perpendiculaire que l'on a abaissée coupe le segment CE en un point K et l'axe des abscisses en un point F .

⌘. (1) Déterminez les coordonnées du point K ainsi que la longueur du segment KF .

(2) Calculez l'aire du triangle EKF .

3. Un panier contient 2 pommes et un certain nombre de pêches.

Tal a tiré du panier deux fruits au hasard, l'un après l'autre, sans remise.

La probabilité qu'elle ait tiré deux pommes est de $\frac{1}{36}$.

⌘. Déterminez le nombre de pêches qu'il y avait dans le panier avant que Tal en tire des fruits.

⌘. Quelle est la probabilité que le deuxième fruit tiré par Tal soit une pomme ?

⌘. (1) Calculez la probabilité que Tal ait tiré du panier deux fruits de la même sorte.

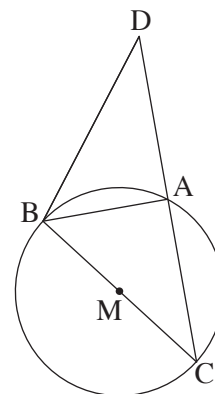
(2) On sait que Tal a tiré du panier deux fruits de la même sorte. Quelle est la probabilité qu'elle ait tiré deux pêches ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes (20 points)

Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention ! Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. La figure ci-contre représente un cercle de centre M et de rayon R .
 BC est un diamètre du cercle. Le point D se situe en dehors du cercle.
 Le segment DC coupe le cercle en un point A .
 Donnée : $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle AMC$.



- א. Démontrez que BA est une bissectrice du triangle DBC .
- ב. Démontrez que $\triangle CBD \sim \triangle CMA$.
- ג. Démontrez que MA est la droite des milieux du triangle DBC .
- ד. Donnée : Le triangle ABM est un triangle équilatéral.
 Exprimez l'aire du triangle CBD en fonction du rayon du cercle.

5. $ABCD$ est un parallélogramme.

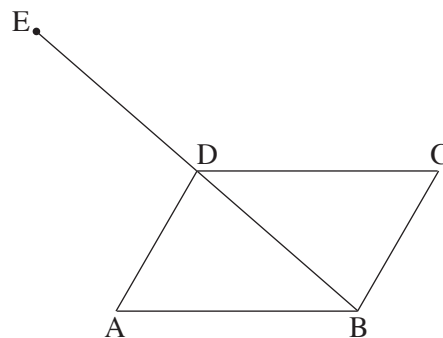
Données : $AB = 15$, $BC = 10$.

On note : $\angle DAB = \alpha$, ($\alpha < 90^\circ$).

- א. Exprimez l'aire du triangle BAD en fonction de α .

Donnée : l'aire du parallélogramme est $75\sqrt{3}$.

- ב. Calculez la mesure de l'angle α .
- ג. Calculez la longueur de la diagonale BD .



Le point E se situe sur le prolongement de la diagonale BD , comme représenté sur la figure, de sorte que $ED = DB$.

- ד. (1) Déterminez la mesure de l'angle ABE .
- (2) Déterminez le rayon du cercle circonscrit au triangle ABE .

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines (40 points)

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez l'équation des asymptotes de la fonction $f(x)$ perpendiculaires aux axes.
- (3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- (4) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ב. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = 4$ et $x = 5$.

Soit la fonction $g(x) = f(x) - 4$.

- ג. Quelle est l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = 4$ et $x = 5$? Justifiez.

7. Soit la fonction $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x+a}$. a est un paramètre.

- א. Exprimez le domaine de définition de la fonction $f(x)$ en fonction de a .

Le point $(2,24)$ se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$.

- ב. Déterminez a .

Substituez $a = 7$ puis répondez aux articles ג-ד.

- ג. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- (2) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- (3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- (4) Sur quels intervalles la fonction $f(x)$ est-elle positive et sur quels intervalles elle est négative ?

Soit la fonction $g(x) = f(x) + c$. c est un paramètre.

- ד. Quelle est la valeur de c pour laquelle la fonction $g(x)$ est tangente à l'axe des abscisses ? Justifiez.

8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = x^3$ et la droite $x = 2$.

Le point A se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$.

Donnée : $0 < x_A < 2$ (x_A est l'abscisse du point A).

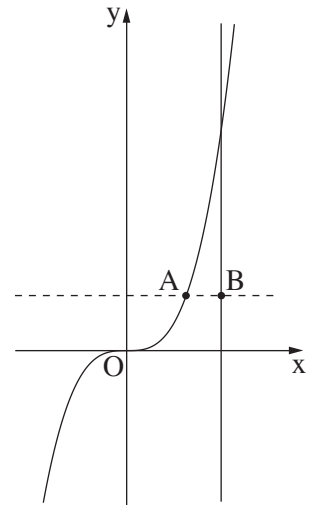
À partir du point A, on a tracé une droite parallèle à l'axe des abscisses (la droite en pointillé sur la figure).

La droite que l'on a tracée coupe la droite $x = 2$ en un point B (voir figure).

Le point O est l'origine du repère.

א. Quelles sont les coordonnées du point A pour lequel l'aire du triangle ABO est maximale ? Justifiez.

ב. Calculez l'aire du triangle ABO pour le point A que vous avez déterminé à l'article א.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך