

Matemáticas

5 unidades de estudio—Primer cuestionario

Instrucciones para el examen

א. Duración del examen: Tres horas y media.

ב. Estructura del cuestionario y clave de la evaluación:

Este cuestionario consta de tres partes.

Primera parte – Álgebra y Probabilidad

– 2×20 – 40 puntos

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano

– 1×20 – 20 puntos

Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios, de funciones radical, de funciones racionales y de funciones trigonométricas.

– 2×20 – 40 puntos

Total – 100 puntos

ג. Material auxiliar permitido :

(1) Una calculadora no gráfica. No se admite la posibilidad de programación con calculadoras programables. El uso de calculadora gráfica o de la posibilidad de programación de las calculadoras programables puede causar la anulación del examen.

(2) Hojas de fórmulas (adjuntas).

(3) Diccionario hebreo-lengua extranjera /
lengua extranjera-hebreo.

ד. Instrucciones especiales:

(1) No copies la pregunta; indica solo su número.

(2) Inicia cada respuesta a una nueva pregunta en una nueva hoja. Indica en el cuadernillo las etapas de la resolución, aun en el caso en que realices tus cálculos utilizando la calculadora.

Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

(3) Como borrador debes usar las hojas del cuadernillo del examen. El uso de otros borradores puede causar la anulación del examen.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון

– אלגברה והסתברות – 2×20 – 40 נקודות

פרק שני

– גאומטריה וטריגונומטריה במישור

– 1×20 – 20 נקודות

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של

פונקציות שורש, של פונקציות

רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

– 2×20 – 40 נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון

גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום

לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את

שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל

חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת

הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.

שימוש בטייוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Preguntas

¡Presta atención! Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Primera parte – Álgebra y Probabilidad (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 1 – 3 (cada pregunta – 20 puntos).

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

1. En un club hay dos piscinas: la piscina α y la piscina β .

El volumen de la piscina α es V_1 y el volumen de la piscina β es V_2 .

Las piscinas son llenadas por 4 tubos del mismo rendimiento.

En un día cualquiera, las dos piscinas se encontraban vacías.

Empezaron a llenar la piscina α con los cuatro tubos. Cuando se llenó la piscina α hasta $\frac{1}{6}$ de su volumen, se pasó uno de los tubos a la piscina β y empezaron a llenarla por medio de éste.

Cuando se llenó la piscina α hasta la mitad, se pasaron otros dos tubos para llenar la piscina β .

El llenado de las dos piscinas concluyó al mismo tiempo.

Todos los tubos lanzaron agua ininterrumpidamente hasta que se llenaron las dos piscinas.

Calcula la relación $\frac{V_1}{V_2}$.

2. a_n es una progresión aritmética de razón d y distinta de 0.

Se sabe que: $a_7 = -a_{17}$.

α . Halla a_{12} .

β . (1) ¿Habrá en la progresión un término cuyo valor sea $-a_1$? Justifica tu respuesta.

(2) Halla un número natural n para el cual la suma de los n primeros términos de la progresión valga 0.

γ . ¿Existe un número natural n para el cual: $a_n \cdot a_{n+1} < 0$? En caso afirmativo halla el tal n , en caso contrario, justifica tu respuesta.

δ . ¿Será posible saber cuántos términos negativos hay en la progresión? Justifica tu respuesta (distingue los diferentes casos).

3. Mijal posee un dado equilibrado. Sobre tres de las caras del dado está escrito el número 2, y en las tres restantes se halla escrito el número 4.

Galit tiene otro dado equilibrado. En cada una de las caras del dado de Galit está escrito uno de los números: 1 o 3.

Mijal y Galit juegan un juego a cinco rondas. La participante que gane el mayor número de rondas ganará el juego. En cada ronda del juego cada una de las participantes arroja su dado una vez.

La ganadora de la ronda es la que obtiene en su dado el número más alto.

Se sabe que en una ronda aislada la probabilidad de que Mijal gane a Galit es de $\frac{7}{12}$.

- א. ¿Sobre cuántas caras del dado de Galit está escrito el número 1? Justifica tu respuesta.
- ב. ¿Cuál es la probabilidad de que Galit gane el juego?
- ג. ¿Cuál es la probabilidad de que Galit gane el juego, si se sabe que ganó la primera ronda?

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano (20 puntos)

Responde a una de las preguntas 4 – 5 .

¡Presta atención! Si respondes a más de una pregunta, solo la primera respuesta de tu cuadernillo será tomada en cuenta para su corrección.

4. El cuadrilátero ABCD se halla inscrito en una circunferencia.

El punto G se halla sobre el lado CD de modo que $AB = AG$ y también $CB = CG$.

La tangente a la circunferencia en el punto A corta a la prolongación del lado CD en el punto L , y a la prolongación del lado CB en el punto K (ver dibujo).

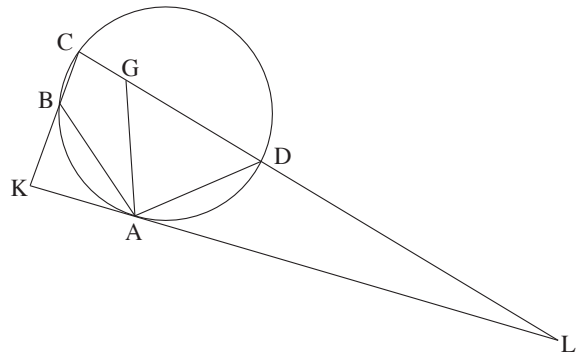
א. Demuestra que $AD = AG$.

ב. (1) Demuestra que
 $\triangle ABK \sim \triangle CDA$.

(2) Demuestra que

$$AD^2 = BK \cdot CD$$

ג. Muestra que $\frac{S_{\triangle LDA}}{S_{\triangle KAB}} = \frac{LA}{AK}$.



5. Se da un paralelogramo ABCD. AC es la diagonal mayor, tal como se describe en el dibujo.

En el triángulo ABC se halla inscrita una circunferencia de centro O.

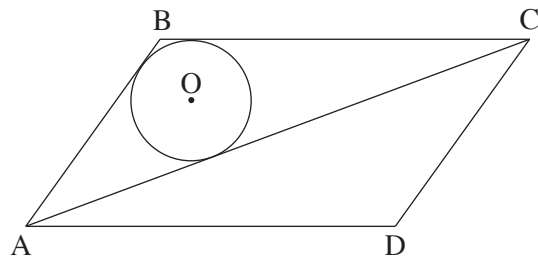
Dato: El punto O se halla a una distancia de 6 y de 3 de las rectas AD y AC respectivamente;

$$OA = 10 .$$

א. Calcula la magnitud de
 los ángulos del paralelogramo.

ב. Calcula la longitud de la
 diagonal AC .

ג. Calcula el área del paralelogramo.



**Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios,
 de funciones radical, de funciones racionales y
 de funciones trigonométricas (40 puntos)**

Responde a dos de las preguntas 6 - 8 (cada pregunta – 20 puntos).

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas en tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para su corrección.

6. Se dan las funciones $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$, $g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$.

Responde al apartado א para el intervalo $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

- א. (1) Halla el dominio de definición de la función $f(x)$.
 (2) Halla las ecuaciones de las asíntotas de la función $f(x)$, que sean perpendiculares al eje x .
 (3) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f(x)$ (si los hubiere).
 (4) Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.

Responde también al apartado ב para el intervalo $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

- ב. (1) Halla el dominio de definición de la función $g(x)$.
 (2) Demuestra que $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
 (3) Traza un esbozo del gráfico de la función $g(x)$.

Puedes valerte de tus respuestas a los apartados anteriores.

ג. Halla el valor de la expresión $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$. Justifica tu respuesta.

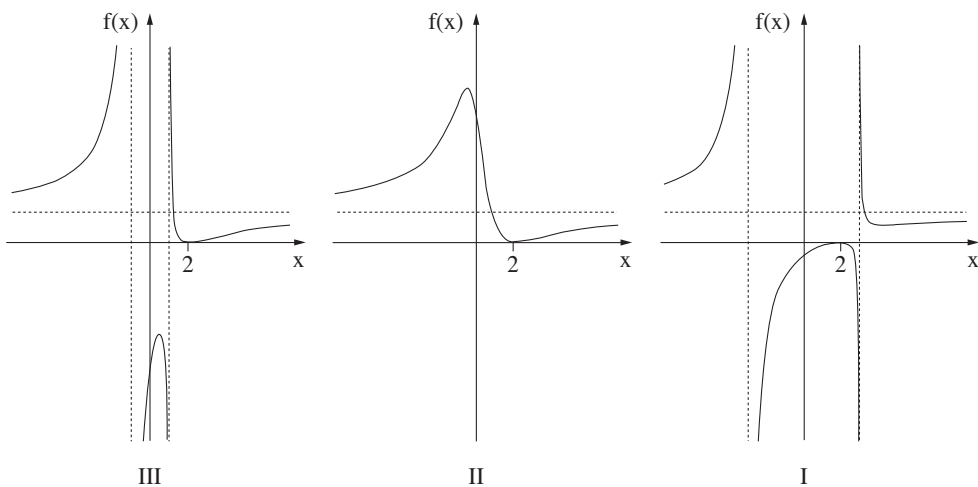
7. Se da la familia de funciones: $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2 - a}$. a es un parámetro, $a \neq 0$, $a \neq 4$.
 Responde al apartado א. Expresa por medio de a en la medida de lo necesario. Distingue entre $a > 0$ y $a < 0$ en la medida de lo necesario.

- א. (1) Halla el dominio de definición de la función $f(x)$.
 (2) Halla las coordenadas de los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes.
 (3) Halla la ecuación de la asíntota de la función $f(x)$ paralela al eje x .
 (4) Halla las ecuaciones de las asíntotas de la función $f(x)$, que sean perpendiculares al eje x (si las hubiere).

Responde al apartado ב. Expresa por medio de a en la medida de lo necesario. Distingue entre $a > 4$ y $a < 4$ en la medida de lo necesario.

- ב. Halla las coordenadas de los puntos de extremo de la función $f(x)$, y determina su tipo.
 ג. A continuación se hallan tres gráficos posibles de la función $f(x)$, cada uno para un valor diferente de a .

Escribe cuál es el intervalo de valores de a que se adecua a cada uno de los gráficos I-III.
 Justifica tu respuesta.



8. Se da la función $f(x) = \frac{1}{x^3}$.

Se trazó una recta tangente al gráfico de la función $f(x)$ por el punto en el que $x = t$.

Se sabe que: $1 \leq t \leq 5$.

La tangente corta al eje x por el punto A y al eje y por el punto B . El punto O es el origen de coordenadas.

- א. Halla la coordenada x del punto de tangencia para la cual la suma de los catetos del triángulo AOB es mínima.
- ב. Halla la coordenada x del punto de tangencia para la cual la suma de los catetos del triángulo AOB es máxima.

¡Buena Suerte!

Los derechos de autor están reservados al Estado de Israel.
Se prohíbe su copia o publicación salvo la autorización expresa
del Ministerio de Educación.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך