

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

Указания экзаменуемым

- а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела.
Раздел первый: аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа –
 $2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3}$ балла
Раздел второй: рост и затухание, функции степени, показательные и логарифмические функции –
 $1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3}$ балла
Всего – 100 баллов
- в. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменующегося.
- г. Особые указания:
1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון: גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 $2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני: גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון לפי בחירת הנבחן.
- ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа ($66\frac{2}{3}$ балла)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Даны точки $A(0, 0)$, $B(19, 0)$ и $D(9, 0)$.

- (א) Найдите уравнение геометрического места, на котором расположены точки C , для которых CD – это биссектриса треугольника ABC .
- (ב) Какова наибольшая площадь треугольника ABC , построенного способом, описанным в пункте (א)?
- (ג) Найдите координаты двух точек C , для которых сторона BC треугольника ABC является касательной к геометрическому месту, найденному вами в пункте (א).
 Вы можете оставить в своем ответе знак корня.

2. $ABCA'B'C'$ – прямая треугольная призма, все ребра которой равны между собой.

Обозначим длину ребра через a .

$ABCK$ – прямая пирамида. DK – высота пирамиды $ABCK$, как показано на чертеже.

Дано: $DK = t \cdot AA'$,

объем призмы $ABCA'B'C'$ в 4.5 раза больше

объема пирамиды $ABCK$.

- (א) Вычислите t .
- (ב) Вычислите угол между плоскостью ABK и плоскостью ABC .

Дано: объем пирамиды $ABCK$ равен $12\sqrt{3}$.

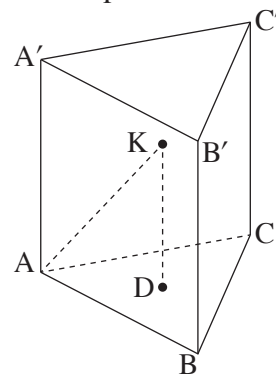
- (ג) Найдите a .

Дано: вершина A находится в точке начала координат, вершина A' находится на положительной части оси z , вершина C находится на положительной части оси y .

Координаты вершины B положительны.

- (ד) (1) Найдите координаты вершины B' .
- (2) Найдите уравнение плоскости $AB'K$.

Вы можете оставить в своем ответе знак корня.



3. (א) Решите уравнение $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$.

Обозначим через w решение уравнения из пункта (א), представляющее точку, которая располагается ближе к точке начала координат.

a_n – арифметическая прогрессия. w – член данной прогрессии, и 1 также является членом данной прогрессии.

(ב) (1) Объясните, почему все члены данной прогрессии имеют форму $a_n = 1 + b \cdot i$.

b – действительное число.

(2) Объясните, почему все точки гауссовой плоскости, представляющие члены прогрессии a_n , за исключением точки $(1, 0)$, находятся за пределами единичной окружности.

Раздел второй – рост и затухание, функции степени, показательные и логарифмические функции ($33\frac{1}{3}$ балла)

Ответьте на один из вопросов 4-5 .

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый из ответов в вашей тетради.

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

- (а) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
(2) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).
(3) Найдите координаты точек перегиба функции $f(x)$ (если таковые существуют).
(4) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
(5) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(б) Объясните, почему для любого действительного числа a выполняется: $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$.
Можно воспользоваться чертежом.

(в) (1) $g(x)$ – функция, для которой выполняется: $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}$.

Докажите, что функция $g(x)$ является нечетной.

(2) Объясните, почему для любых двух чисел b и c , которые $0 < b < c$,

$$\text{выполняется } \int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b \quad .$$

В своем ответе вы может воспользоваться подходящим чертежом и соображениями симметрии.

5. Дана функция $f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}$. n – натуральное число.

(א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).

Фигуру, заключённую между графиком функции $f(x)$, осью x и прямыми $x = 1$ и $x = e^2$, вращали вокруг оси x . Объём полученного тела вращения составлял $\frac{32\pi}{2n+1}$.

(ב) Найдите n .

Подставьте n , найденное вами в пункте (ב), в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (ג)-(ה).

(ג) (1) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(2) Найдите уравнение асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярной к оси x .

У функции $f(x)$ есть асимптота, уравнение которой $y = 0$.

(ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(ה) Функция $g(x)$ удовлетворяет условию: $g(x) = f(x) + m$, $m \neq 0$ – параметр.

Дано, что существует точка, в которой график функции $g(x)$ касается оси x .

(1) Найдите m .

(2) При каких значениях k уравнение $g(x) = k$ имеет единственное решение?

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.