

Mathématiques
5 unités d'étude - deuxième questionnaire

Instructions au candidat

- א. Durée de l'examen : deux heures et quart.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte deux parties.
Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.
 $2 \times 33 \frac{1}{3} - 66 \frac{2}{3}$ points
Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques.
 $1 \times 33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3}$ points
Total — 100 points
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (joint au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice. Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.
(3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen. L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

Bonne chance!

מתמטיקה
5 יחידות לימוד - שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 $66 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \times 2$ נקודות
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3} \times 1$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes ($66\frac{2}{3}$ points)

Répondez à deux des questions 1-3 ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Soit les points : A (0, 0) , B(19, 0) et D(9, 0) .

- א. Déterminez l'équation du lieu géométrique sur lequel se trouvent les points C , pour lesquels CD est une bissectrice du triangle ABC .
- ב. Quel est l'aire maximale du triangle ABC construit selon la description du paragraphe א ?
- ג. Déterminez les coordonnées des deux points C pour lesquels le côté BC du triangle ABC est tangent au lieu géométrique dont vous avez déterminé l'équation au paragraphe א .
Vous pouvez laisser une racine dans votre réponse.

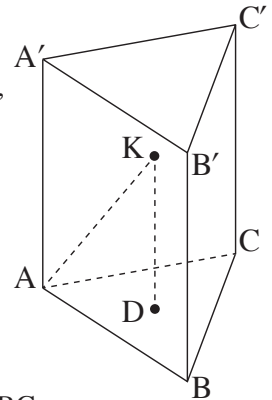
2. $ABCA'B'C'$ est un prisme droit triangulaire dont toutes les arêtes sont égales.

On note a la longueur de l'arête.

$ABCK$ est une pyramide droite. DK est la hauteur de la pyramide $ABCK$, tel que représenté sur la figure.

Données : $DK = t \cdot AA'$,

le volume du prisme $ABCA'B'C'$ est 4,5 fois plus grand que le volume de la pyramide $ABCK$.



- א. Calculez t .

- ב. Déterminez la mesure de l'angle formé par le plan ABK et le plan ABC .

Donnée : le volume de la pyramide $ABCK$ est $12\sqrt{3}$.

- ג. Déterminez a .

Données : Le sommet A se trouve à l'origine du repère, le sommet A' se trouve sur la partie positive de l'axe des cotes, et le sommet C se situe sur la partie positive de l'axe des ordonnées.

Les coordonnées du sommet B sont positives.

- ד. (1) Déterminez les coordonnées du point B' .

- (2) Déterminez l'équation du plan $AB'K$.

Vous pouvez laisser des racines dans vos réponses.

3. א. Résolvez l'équation $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$.

On notera w la solution de l'équation du paragraphe א, qui représente le point le plus proche de l'origine du repère.

a_n est une suite arithmétique. w est un terme de cette suite et 1 est également un terme de cette suite.

- ב. (1) Expliquez pourquoi tous les termes de cette suite sont de la forme : $a_n = 1 + b \cdot i$.
 b est un nombre réel.

- (2) Expliquez pourquoi tous les points du plan de Gauss représentant les termes de la suite a_n , hormis le point $(1, 0)$, se trouvent en dehors du cercle unité.

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques (33 $\frac{1}{3}$ points)

Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention ! Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. Soit la fonction $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).
- (3) Déterminez les coordonnées des points d'inflexion de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).
- (4) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$, perpendiculaires aux axes.
- (5) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

ב. Expliquez pourquoi tout nombre réel a vérifie : $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$.

Vous pouvez vous aider du graphe.

ג. (1) $g(x)$ est une fonction vérifiant : $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}$.

Démontrez que la fonction $g(x)$ est une fonction impaire.

(2) Expliquez pourquoi toute paire de nombres b et c , vérifiant $0 < b < c$,

vérifie : $\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b$.

Dans votre réponse vous pourrez vous aider d'un graphe adéquat et de considérations de symétrie.

5. Soit la fonction $f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}$. n est un nombre entier naturel.

א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

(2) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes (s'il en existe).

On fait tourner l'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = 1$ et $x = e^2$, autour de l'axe des abscisses.

Le volume du solide de révolution obtenu est égal à $\frac{32\pi}{2n+1}$.

ב. Déterminez n .

Substituez dans la fonction $f(x)$ la valeur de n que vous avez déterminée au paragraphe ב, puis répondez aux paragraphes ג - ה.

ג. (1) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

(2) Déterminez l'équation de l'asymptote de la fonction $f(x)$ perpendiculaire à l'axe des abscisses.

La fonction $f(x)$ admet une asymptote d'équation $y = 0$.

ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

ה. La fonction $g(x)$ vérifie : $g(x) = f(x) + m$, $m \neq 0$ est un paramètre.

Il est donné qu'il existe un point pour lequel le graphe de la fonction $g(x)$ est tangent à l'axe des abscisses.

(1) Déterminez m .

(2) Pour quelles valeurs de k , l'équation $g(x) = k$ admet-elle une solution unique ?

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך