

## Matemáticas

### Según el plan de reforma de aprendizaje significativo

#### Primer cuestionario de 5 unidades de estudio

- א. Duración del examen: Tres horas y media.
- ב. Estructura del cuestionario y clave de la evaluación:  
Este cuestionario consta de tres partes.  
Primera parte – Álgebra y Probabilidad  
 $2 \times 20 = 40$  puntos  
Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano  
 $1 \times 20 = 20$  puntos  
Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios, de funciones radical, de funciones racionales y de funciones trigonométricas.  
 $2 \times 20 = 40$  puntos  
Total –  $\frac{100}{100}$  puntos
- ג. Material auxiliar permitido:
- (1) Una calculadora no gráfica. No se admite la posibilidad de programación con calculadoras programables. El uso de calculadora gráfica o de la posibilidad de programación de las calculadoras programables puede causar la anulación del examen.
  - (2) Hojas de fórmulas (adjuntas).
  - (3) Diccionario hebreo-lengua extranjera / lengua extranjera-hebreo.
- ד. Instrucciones especiales:
- (1) No copies la pregunta; indica sólo su número.
  - (2) Inicia cada respuesta a una nueva pregunta en una nueva hoja. Indica en el cuadernillo las etapas de la resolución, an en el caso en que realices tus cálculos utilizando la calculadora. Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.
  - (3) Como borrador debes usar las hojas del cuadernillo del examen. El uso de otros borradores puede causar la anulación del examen.

¡Buena Suerte!

## מתמטיקה

### על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

#### שאלון ראשון מ-5 יחידות לימוד

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.  
ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:  
בשאלון זה שלושה פרקים.  
פרק ראשון  
— אלגברה והסתברות —  $20 \times 2 = 40$  נקודות  
פרק שני  
— גאומטריה וטריגונומטריה במישור —  $1 \times 20 = 20$  נקודות  
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות  
—  $2 \times 20 = 40$  נקודות  
סה"כ —  $100$  נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
  - (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
  - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
  - (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

## Preguntas

**¡Presta atención!** Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

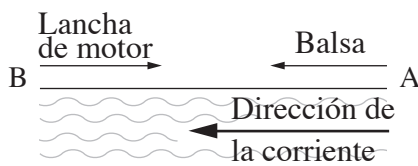
### Primera parte – Álgebra y Probabilidad (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 1 – 3 (cada pregunta – 20 puntos)

**¡Presta atención!** Si respondes a más de dos preguntas, sólo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

1. Los poblados A y B se hallan sobre las márgenes de un río que fluye a una velocidad constante. La dirección de la corriente es de A a B. Desde el poblado B sale una lancha de motor hacia el poblado A. La lancha navega en contra de la corriente.

Al mismo tiempo sale una balsa desde el poblado A en dirección al poblado B. La balsa viaja en la dirección de la corriente.



La velocidad de la lancha de motor en aguas quietas es constante y su magnitud es cuatro veces mayor que la velocidad de la corriente del río.

La velocidad de la balsa en aguas quietas es cero. Dejada a la deriva la balsa navega a la velocidad de la corriente.

La lancha y la balsa se encontraron 3 horas y 45 minutos después de la partida y siguieron su camino. La lancha de motor llegó al poblado A y de inmediato dio la vuelta para retornar al poblado B.

Cuando la lancha de motor llegó al poblado B, la balsa estaba a una distancia de 35 km del poblado B.

- א. Calcula la velocidad de la corriente, y la velocidad, en aguas quietas, de la lancha de motor.
- ב. Volviendo al poblado B la lancha de motor encontró la balsa por segunda vez.  
¿Cuánto tiempo transcurrió desde el momento de la partida de la balsa desde el poblado A hasta que la lancha y la balsa se encontraron por segunda vez?

2. Se da una sucesión general  $a_n$ .

Indicaremos con  $S_n$  la suma de los  $n$  primeros miembros de la sucesión  $a_n$ .

Se sabe que  $S_n = k - \frac{1}{3^n + 1}$  para todo  $n$  natural.  $k$  es un número constante.

א. Expresa  $a_1$  y el término general  $a_n$  para  $1 < n$  por medio de  $n$  y de  $k$  cuando sea necesario.

ב. Halla  $k$  para el cual  $a_n$  es una progresión geométrica.  
Justifica tu respuesta.

ג. Se define:  $T = a_2^2 + a_5^2 + a_8^2 + \dots$  (Suma de los cuadrados de todos los terceros términos de la sucesión  $a_n$  empezando desde  $a_2$ ).  
Calcula  $T$ .

3. En la caja I hay 10 bolillas, algunas azules y otras rojas, y en la caja II hay 7 bolillas azules y 3 bolillas rojas.

Se extrae al azar una bolilla de la caja I. Si se extrae una bolilla roja, se la pasa a la caja II .

Si la bolilla es azul, se la devuelve a la caja I .

Se vuelve a extraer al azar una bolilla de la caja I , y nuevamente, si se extrae una bolilla roja, se la pasa a la caja II y si la bolilla es azul, se la devuelve a la caja I.

Después de eso se extrae al azar una bolilla de la caja II .

- א. Se sabe que la probabilidad de que después de dos extracciones de la caja I se deba pasar una sola bolilla roja de la caja I a la caja II es  $\frac{19}{36}$  .

Calcula el número de bolillas azules que había en la caja I antes de extraer la primera.

Responde a los apartados ג-ב para el número de bolillas azules que calculaste en el apartado א.

- ב. ¿Cuál es la probabilidad de que la bolilla que se extrajo de la caja II sea una bolilla roja?
- ג. Se sabe que la bolilla que se extrajo de la caja II es roja.  
¿Cuál es la probabilidad de que después de la extracción de la bolilla roja de la caja II queden en ella exactamente tres bolillas rojas?

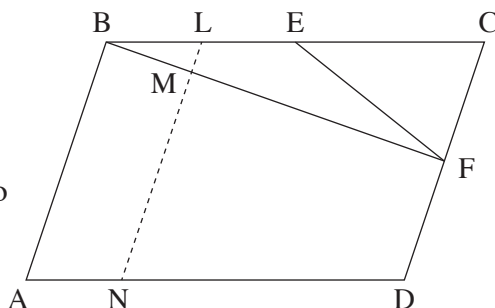
**Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano**

(20 puntos)

Responde a una de las preguntas 4 – 5.

**¡Presta atención!** Si respondes a más de una pregunta, sólo la primera respuesta en tu cuadernillo será tomada en cuenta para su corrección.

4. El cuadrilátero ABCD es un paralelogramo.  
El ángulo A es un ángulo agudo.  
El punto E es el punto medio del lado BC y el punto F es el punto medio del lado CD  
(ver dibujo).



- א. El área del triángulo ECF es  $S$ .  
Expresa el área del paralelogramo ABCD por medio de  $S$ . Justifica tu respuesta.
- ב. El punto L es el punto medio del segmento BE.  
Por el punto L se trazó una paralela a AB que corta a BF y a AD en los puntos M y N respectivamente.  
Calcula la relación  $\frac{LM}{MN}$ .
- ג. Se sabe que  $BE = EF$ .  
¿Se podrá circunscribir el cuadrilátero ABFD en una circunferencia?  
Justifica tu respuesta.

5. ABCD es un trapecio inscrito en una circunferencia ( $AB \parallel DC$ ).

Se sabe que:  $AB = a$ ,  $CD = b$  ( $a < b$ ).

$$\angle C = 60^\circ.$$

- א. Expresa los lados del trapecio, BC y AD, por medio de  $a$  y  $b$ .

Se sabe que:  $a = 4$ , la longitud de la diagonal BD es  $4\sqrt{7}$ .

- ב. Calcula  $b$ .

- ג. (1) R es el radio de una circunferencia que circunscribe al trapecio.  
Halla R.  
(2) Explica por qué se puede inscribir una circunferencia en el trapecio ABCD.  
(3) r es el radio de una circunferencia inscrita en el trapecio. Halla r.

**Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios, de funciones radical, de funciones racionales y de funciones trigonométricas (40 puntos)**

Responde a dos de las preguntas 6 - 8 (cada pregunta – 20 puntos).

**¡Presta atención!** Si respondes a más de dos preguntas, sólo las dos primeras respuestas en tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para su corrección.

6. Se da la función:  $f(x) = a - \frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$ .  $a$  es un parámetro.

Responde al apartado א. Expresa tus respuestas por medio de  $a$  en la medida en que sea necesario.

- א. (1) Halla el dominio de definición de la función  $f(x)$ .  
 (2) Halla las ecuaciones de las asíntotas perpendiculares a los ejes.  
 (3) Halla las coordenadas de los puntos de extremo de la función  $f(x)$  (si los hubiere), y determina su tipo.  
 (4) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función  $f(x)$ .

Se sabe que el gráfico de la función  $f(x)$  es tangente al eje  $x$ .

ב. Halla  $a$ .

Sustituye el valor de  $a$  hallado y responde a los apartados ג-ד:

ג. Traza un esbozo del gráfico de la función  $f(x)$ .

ד. Se da la función  $g(x) = |f(x) + k|$ .

Se sabe que el gráfico de la función  $g(x)$  es tangente a la asíntota horizontal del gráfico de la función  $f(x)$ .

Halla  $k$  (halla las dos posibilidades). Justifica tu respuesta.

7. A continuación se hallan los gráficos de las funciones  $f(x)$  y  $f'(x)$ .

א. Haz corresponder los gráficos I y II con las funciones  $f(x)$  y  $f'(x)$ .

Justifica tu respuesta.

Dato:  $f'(x) = x(x + b)^3$ .  $b > 1$

es un parámetro.

El gráfico de la función  $f(x)$

tiene un punto de inflexión  $x = -1$ .

ב. Halla  $b$ .

C y D son puntos de intersección de las funciones  $f(x)$  y  $f'(x)$

en el intervalo  $x < 0$ , como se

describe en el dibujo.

Los puntos A y B se hallan sobre los

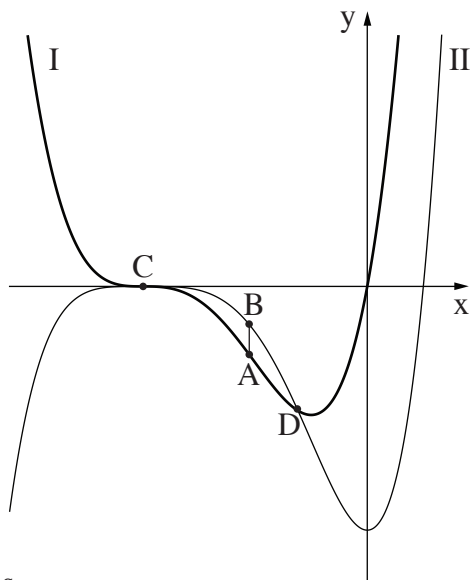
gráficos I y II respectivamente, de modo que la recta AB es perpendicular al eje  $x$ .

Dato:  $x_C < x_A < x_D$ ,

$$x_C = -4,$$

$$x_D = 1 - \sqrt{5}.$$

ג. Halla la coordenada  $x$  de los puntos A y B para la cual la longitud del segmento AB es máxima (es posible resolver el apartado sin hallar la función  $f(x)$ ).

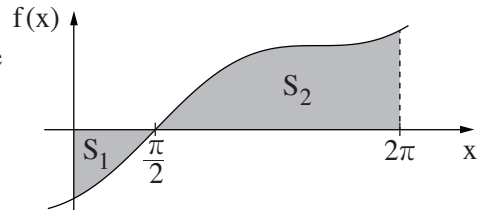


8.  $f(x)$  es una función definida para todo  $x$ .

El gráfico de la función  $f(x)$  corta al eje  $y$  en su parte negativa.

El único punto de intersección del gráfico de la función  $f(x)$  con el eje  $x$  es  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  (ver dibujo).

Dato: El área limitada por el gráfico de la función  $f(x)$ , por los ejes  $y$  y por la recta  $x = 2\pi$  (el área sombreada en el dibujo) es igual a  $10\pi^2 + 16$ .



Se sabe también que :  $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 8\pi^2$ .

א. Halla el área limitada por el gráfico de la función  $f(x)$  y por los ejes (el área  $S_1$  indicada en el dibujo).

La función  $F(x)$  es una función ancestral [קדומה] de la función  $f(x)$ .

Se sabe que:  $F(0) = 0$ .

ב. Halla  $F(\frac{\pi}{2})$ .

Se sabe que  $f'(x) = 8 \sin x + 8$ .

ג. Halla  $f(x)$ .

**¡Buena Suerte!**

Los derechos de autor están reservados al Estado de Israel.  
Se prohíbe su copia o publicación salvo la autorización expresa  
del Ministerio de Educación.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך