

Государство Израиль Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2017 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035806, 316

Приложение: листы с формулами
для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב

מספר השאלון: 035806, 316

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменующимся

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра и теория вероятности —
(2×20) — 40 баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на
плоскости — (1×20) — 20 баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное
исчисление полиномов, функций, содержащих корни,
рациональных функций и тригонометрических
функций — (2×20) — 40 баллов
Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменующегося.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

— 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה

במישור — 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

טריגונומטריות — 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון

הניתן לתכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות

התכנות במחשבון עלול לגרום

לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה;

סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון. הסבר את כל

פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט

ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט

עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת

הבחינה.

3. לטייטה יש להשתמש במחברת

הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Поселки А и В находятся на берегу реки,

скорость течения которой постоянна.

Направление течения реки: от А к В .

Из поселка В вышла моторная лодка

в направлении поселка А . Лодка движется против течения.

В тот же самый момент времени плот вышел из поселка А

в направлении поселка В . Плот плывет по течению.

Скорость моторной лодки в стоячей воде постоянна и в 4 раза больше скорости течения реки.

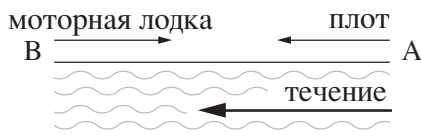
Скорость плота в стоячей воде равна нулю. В реке плот плывет по течению.

Лодка и плот встретились через 3 часа 45 минут после того, как они отправились в путь, и продолжили свое движение. Лодка прибыла в поселок А , немедленно развернулась и начала плыть обратно в В .

Когда лодка прибыла в поселок В , плот находился на расстоянии 35 км от поселка В .

(к) Вычислите скорость течения и скорость лодки в стоячей воде.

(г) Лодка и плот вновь встретились, когда лодка плыла обратно в поселок В . Сколько времени прошло с того момента, как плот вышел из поселка А до того момента, когда лодка и плот встретились во второй раз?



2. Дана последовательность $[סדרה כללית] a_n$.

Обозначим через S_n сумму n первых членов последовательности a_n .

Дано: $S_n = k - \frac{1}{3^{n+1}}$ для любого натурального n .

k – постоянное число.

(א) Выразите a_1 и общий член a_n для $1 < n$ с помощью n и k при необходимости.

(ב) Найдите k , для которого последовательность a_n является геометрической прогрессией. Обоснуйте свой ответ.

Определим: $T = a_2^2 + a_5^2 + a_8^2 + \dots$ (сумма квадратов каждого третьего члена последовательности a_n начиная с a_2).

(ג) Вычислите T .

3. В коробке I есть 10 мячей, несколько из них синие, а остальные – красные, а в коробке II есть 7 синих мячей и 3 красных мяча. Случайным образом извлекают мяч из коробки I. Если был извлечен красный мяч, то его перекладывают в коробку II. Если был извлечен синий мяч, то его возвращают в коробку I. Снова извлекают случайным образом мяч из коробки I, и снова, если был извлечен красный мяч, то его перекладывают в коробку II, а если был извлечен синий мяч, то его возвращают в коробку I. Затем случайным образом извлекают один мяч из коробки II.
- (к) Дано, что вероятность того, что после двух извлечений мяча из коробки I в коробку II будет переложено только один красный мяч, составляет $\frac{19}{36}$. Вычислите количество синих мячей, которые находились в коробке I до первого извлечения мяча.
- Ответьте на вопросы (г)-(д) для того количества синих мячей, которое вы вычислили при ответе на вопрос пункта (к).
- (г) Какова вероятность того, что мяч, извлеченный из коробки II, был красным?
- (д) Известно, что мяч, извлеченный из коробки II, был красным. Какова вероятность того, что после извлечения красного мяча из коробки II в ней осталось в точности три красных мяча?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

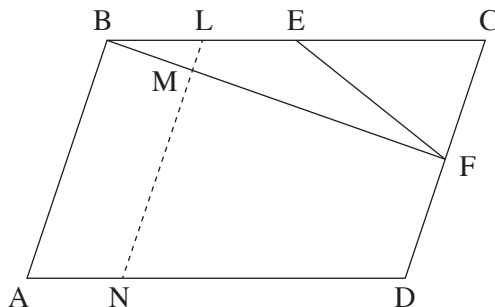
Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. Четырехугольник $ABCD$ является параллелограммом.

Угол A – острый угол.

Точка E – середина стороны BC ,
 а точка F – середина стороны CD
 (смотрите чертеж).



(а) Площадь треугольника ECF
 равна S .

Выразите площадь параллелограмма $ABCD$ при помощи S .

Обоснуйте свой ответ.

(б) Точка L является серединой отрезка BE .

Через точку L провели прямую, параллельную AB и
 пересекающую BF и AD в точках M и N соответственно.

Вычислите соотношение $\frac{LM}{MN}$.

(в) Дано: $BE = EF$.

Можно ли вписать четырехугольник $ABFD$ в окружность?

Обоснуйте свой ответ.

5. $ABCD$ – трапеция, вписанная в окружность ($AB \parallel DC$).

Дано: $AB = a$, $CD = b$ ($a < b$).

$\angle C = 60^\circ$.

(а) Выразите боковые стороны трапеции, BC и AD , при помощи a и b .

Дано: $a = 4$, длина диагонали BD равна $4\sqrt{7}$.

(б) Вычислите b .

(в) (1) R – радиус окружности, описанной вокруг данной трапеции.

Найдите R .

(2) Объясните, почему можно вписать окружность в трапецию $ABCD$.

(3) r – радиус окружности, вписанной в данную трапецию.

Найдите r .

/продолжение на странице 6/

**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление
полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций
и тригонометрических функций (40 баллов)**

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = a - \frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$. a – параметр.

Ответьте на вопросы пункта (к). При необходимости выразите свои ответы при помощи a .

- (к) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
(2) Найдите уравнения асимптот, перпендикулярных осям координат.
(3) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ (если таковые существуют) и определите их тип.
(4) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

Дано, что график функции $f(x)$ касается оси x .

(г) Найдите a .

Подставьте найденное вами значение a

и ответьте на вопросы пунктов (д)-(з).

(д) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(з) Дана функция $g(x) = |f(x) + k|$.

Известно, что график функции $g(x)$ касается горизонтальной асимптоты графика функции $f(x)$.

Найдите k (найдите два возможных значения). Обоснуйте свой ответ.

7. Ниже приведены графики функций $f(x)$ и $f'(x)$.

(א) Какой из графиков, I и II, соответствует функции $f(x)$

и какой – функции $f'(x)$?

Обоснуйте свой ответ.

Дано: $f'(x) = x(x+b)^3$.

$b > 1$ – параметр.

У графика функции $f(x)$ есть точка перегиба в $x = -1$.

(ב) Найдите b .

C и D – точки пересечения графиков функций $f(x)$ и $f'(x)$

в области $x < 0$, как показано на чертеже.

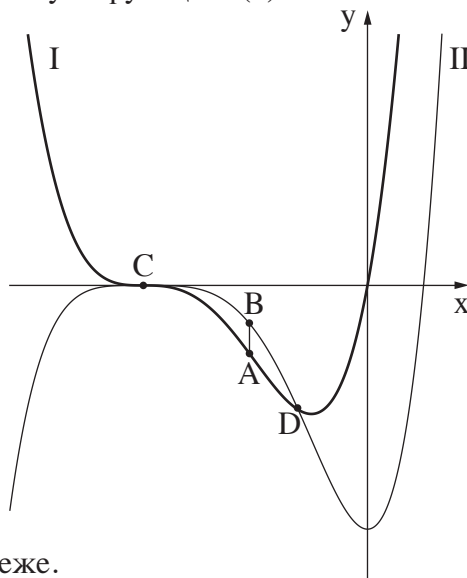
Точки A и B расположены на графиках I и II соответственно, таким образом что прямая AB перпендикулярна оси x .

Дано: $x_C < x_A < x_D$,

$x_C = -4$,

$x_D = 1 - \sqrt{5}$.

(ג) Найдите координату x точек A и B, для которой длина отрезка AB является максимальной (можно найти решение, не находя функцию $f(x)$).



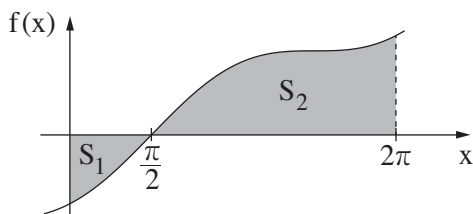
8. $f(x)$ – это функция, определенная для любого x .

График функции $f(x)$ пересекает ось y в ее отрицательной части.

Единственная точка пересечения графика $f(x)$ с осью x – это точка $(\frac{\pi}{2}, 0)$ (смотрите чертеж).

Дано: площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, осями координат и прямой $x = 2\pi$ (серая фигура на чертеже) равна $10\pi^2 + 16$.

Также дано: $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 8\pi^2$



(א) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком $f(x)$ и осями координат (фигура S_1 , обозначенная на чертеже).

Функция $F(x)$ – это первообразная [קדומה] функции $f(x)$.

Дано: $F(0) = 0$.

(ב) Найдите $F(\frac{\pi}{2})$.

Дано: $f'(x) = 8 \sin x + 8$.

(ג) Найдите $f(x)$.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.