

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2017, срок "бет"

Номер вопросника: 035804, 314

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב

מספר השאלון: 035804, 314

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

## Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

## מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

### Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности —  $(2 \times 20) = 40$  баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости —  $(1 \times 20) = 20$  баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня —  $(2 \times 20) = 40$  баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменующегося.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

**Желаем успеха!**

### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון: אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות —  $20 \times 2 = 40$  נקודות

פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור —  $20 \times 1 = 20$  נקודות

פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש —  $20 \times 2 = 40$  נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

**בהצלחה!**

## Вопросы

**Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.**

### Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

**Обратите внимание!** Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

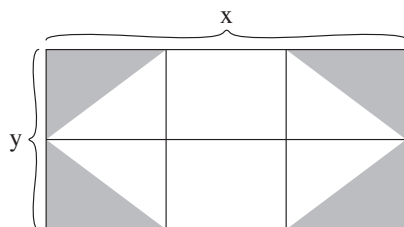
1. Семья Дотан решила выложить плиткой свой сад, который имеет прямоугольную форму.

Длины сторон сада равны  $x$  и  $y$  метров.

Сад разделили на 6 одинаковых прямоугольников.

В каждый из угловых прямоугольников вписали прямоугольный треугольник, катетами которого являются стороны данного прямоугольника.

Каждый треугольник был выложен серой плиткой, как показано на чертеже. Оставшуюся часть сада выложили белой плиткой.



- (א) (1) Выразите при помощи  $x$  и  $y$  площадь сада, выложенную серой плиткой.

- (2) Выразите при помощи  $x$  и  $y$  площадь сада, выложенную белой плиткой.

Цена укладки одного квадратного метра серой плиткой – 75 шекелей.

Цена укладки одного квадратного метра белой плиткой – 60 шекелей.

Дано, что одна сторона сада длиннее на 3 метра другой стороны сада.

Стоимость укладки плиткой всей площади сада равна 1170 шекелям.

- (ב) Найдите длины стороны сада.

2. На чертеже изображена окружность.

Дано: радиус окружности равен 20 .

Центр окружности, М, находится на положительной части оси  $x$  .

Точка  $A(13,12)$  находится на окружности.

(а) Найдите координаты точки М .

Через точку А провели касательную

к данной окружности, которая пересекает ось  $x$  в точке В .

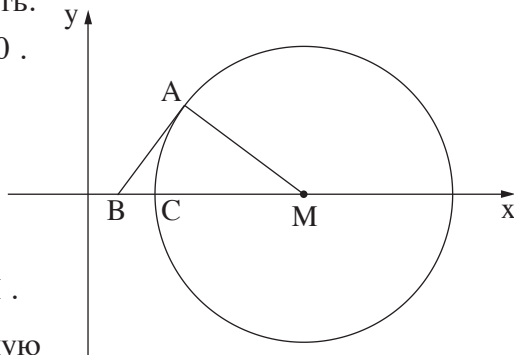
(б) Найдите координаты точки В .

(в) Найдите уравнение окружности, описанной вокруг треугольника ВАМ .

С – точка пересечения данной окружности с осью  $x$  , как показано на чертеже.

(г) (1) Найдите координату  $x$  точки С .

(2) Найдите, при каких значениях  $k$  прямая  $x = k$  пересекает обе данные окружности (и не является касательной ни к одной из них).



3. В одном городе провели опрос, чтобы выяснить, занимаются ли юноши и девушки спортом.

Число юношей, которые участвовали в опросе, было в 2 раза больше числа девушек, участвовавших в опросе.

Из опроса следует, что  $\frac{3}{4}$  девушек, участвовавших в опросе, занимаются спортом и  $\frac{4}{5}$  юношей, участвовавших в опросе, занимаются спортом.

(а) Случайным образом выбирают одного из участников опроса (юношей и девушек). Какова вероятность того, что выбранный участник занимается спортом?

(б) Случайным образом выбирают одного из участников опроса, и выясняется, что он занимается спортом.

Какова вероятность того, что была выбрана девушка?

(в) Случайным образом выбрали 4 участников опроса.

Какова вероятность того, что, по меньшей мере, 2 из выбранных участников опроса будут девушками, которые занимаются спортом?

## Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

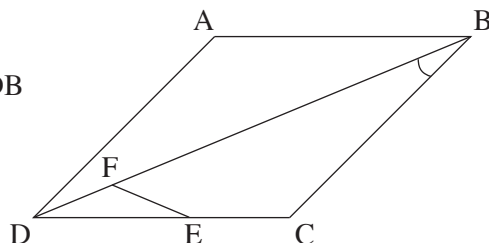
Ответьте на один из вопросов 4-5.

**Обратите внимание!** Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ из ответов в вашей тетради.

4. ABCD – ромб.

Точка E находится на стороне DC ,  
 а точка F находится на диагонали DB  
 (смотрите чертеж).

Дано, что четырехугольник BCEF  
 может быть вписан в окружность.



(а) (1) Докажите, что  $\angle FED = \angle CBD$ .

(2) Докажите, что треугольник DFE является равнобедренным.

(б) Докажите, что  $\triangle DFE \sim \triangle DCB$ .

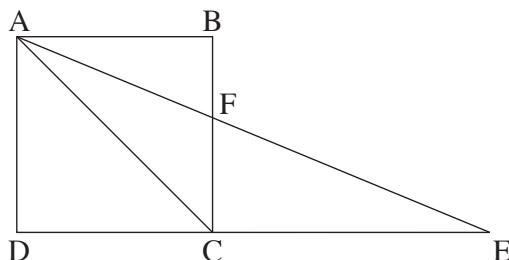
(в) Дано:  $DB = 3DE$ , площадь треугольника DFE равна  $2 \text{ см}^2$ .

Вычислите площадь ромба ABCD.

5. Дан квадрат ABCD.

Точка E находится на продолжении  
 стороны DC, как показано на чертеже.

Треугольник ACE является  
 равнобедренным ( $AC = CE$ ).



Прямая AE пересекает сторону BC в точке F.

(а) Найдите углы треугольника ACE.

Площадь треугольника ACE равна  $8\sqrt{2} \text{ см}^2$ .

(б) Вычислите длину стороны данного квадрата.

(в) Вычислите длину отрезка DF.

(г) Найдите длину радиуса окружности, описанной вокруг  
 треугольника DFE.

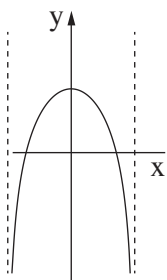
/продолжение на странице 5/

### Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня (40 баллов)

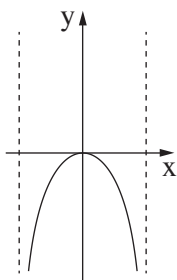
Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

**Обратите внимание!** Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

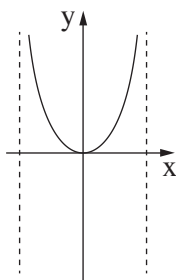
6. Дана функция  $f(x) = \frac{5}{(2x-4)^2}$ .
- (к) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
  - (б) Найдите асимптоты функции  $f(x)$ , перпендикулярные осям координат.
  - (г) Найдите области возрастания и убывания функции  $f(x)$ .
  - (т) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .
  - (н) (1) Найдите асимптоты функции  $-f(x)$ , перпендикулярные осям координат.
  - (2) Начертите схематический график функции  $-f(x)$ .
7. Дана функция  $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ .
- (к) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
  - (б) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осями координат.
  - (2) Найдите координаты точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип.
  - (г) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .
  - (т) Какой из графиков I-IV, приведенных в конце вопроса, является графиком функции  $f'(x)$ ? Обоснуйте свой ответ.
  - (н) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции  $f'(x)$ , осью  $x$ , осью  $y$  и прямой  $x=1$ .



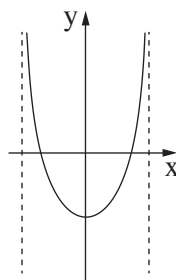
IV



III



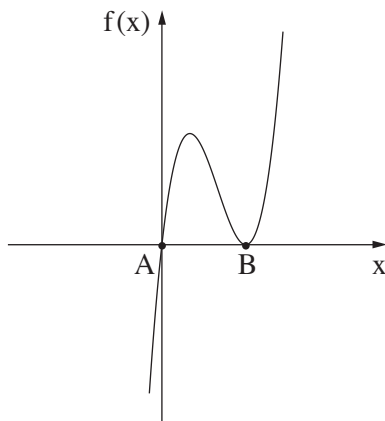
II



I

/продолжение на странице 6/

8. Ниже приведен график функции  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ .



(א) Найдите координаты точек А и В, точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осью  $x$ .

Точка С находится на графике функции  $f(x)$ .

Дано:  $x_A < x_C < x_B$ .

(Координата  $x$  точки С находится между координатой  $x$  точки А и координатой  $x$  точки В).

(ב) Найдите координаты точки С, для которых площадь треугольника АВС является максимальной.

(ג) Является ли точка С точкой экстремума функции  $f(x)$ ? Объясните.

**Желаем успеха!**

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך.