מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, **מועד ב**
מספר השאלון: **035806, 316**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל

תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بجروت
موعد الامتحان: صيف 2017، **الموعد "ب"**
رقم النّموذج: **035806، 316**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة

ترجمة إلى العربيّة (2)

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון: אלגברה
והסתברות 20×2 — 40 נק'

פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה
במישור 20×1 — 20 נק'

פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות
טריגונומטריות 20×2 — 40 נק'
סה"כ — 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل
تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج ثلاثة فصول.

الفصل الأوّل: الجبر
والاحتمال 20×2 – 40 درجة

الفصل الثّاني: الهندسة وحساب
المثلّثات في المستوى 20×1 – 20 درجة

الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل
للبولينومات ولدوالّ الجذر
وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ
المثلّثيّة 20×2 – 40 درجة

المجموع – 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان. استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

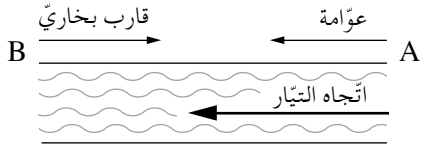
الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكلّ سؤال – 20 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

1. البلدتان A وَ B تقعان على ضفّة نهر يجري بسرعة ثابتة. اتّجاه التيّار هو من A إلى B.
خرج من البلدة B قارب بخاريّ باتّجاه البلدة A.
أبحر القارب بعكس اتّجاه التيّار.
في نفس الوقت خرجت عوّامة من البلدة A باتّجاه البلدة B. أبحرت العوّامة مع اتّجاه التيّار.



سرعة القارب البخاريّ في المياه الراكدة (الواقفة) ثابتة وهي 4 أضعاف سرعة تيّار النهر.
سرعة العوّامة في المياه الراكدة هي صفر. في المياه الجارية تبحر العوّامة مع التيّار.

التقى القارب والعوّامة بعد 3 ساعات وَ 45 دقيقة من خروجهما إلى طريقهما، وواصلا طريقهما.
وصل القارب البخاريّ إلى البلدة A وفورًا استدار وأبحر عائدًا إلى البلدة B.
عندما وصل القارب البخاريّ إلى البلدة B، كانت العوّامة في مسافة 35 كم عن البلدة B.

أ. احسب سرعة التيّار وسرعة القارب البخاريّ في المياه الراكدة.

ب. في طريق عودته إلى البلدة B التقى القارب البخاريّ بالعوّامة في المرّة الثانية.
كم من الوقت مرّ من لحظة خروج العوّامة من البلدة A وحتّى لقاء القارب البخاريّ والعوّامة في المرّة الثانية؟

/يتبع في صفحة 3/

2. معطاة متوالية عامّة a_n .

نرمز بِـ S_n إلى مجموع n الحدود الأولى في المتوالية a_n .

معطى أنّ: $S_n = k - \frac{1}{3^{n+1}}$ لكلّ n طبيعيّ. k هو عدد ثابت.

أ. عبّر عن a_1 وعن الحدّ العامّ a_n بالنسبة لِـ $n > 1$ بدلالة n وَ k حسب الحاجة.

ب. جد k الذي بالنسبة له تكون المتوالية a_n متوالية هندسيّة. علّل.

نعرّف: $T = a_2^2 + a_5^2 + a_8^2 + \ldots$ (مجموع ترابيع كلّ حدّ ثالث في المتوالية a_n ابتداءً من a_2).

جـ. احسب T .

/يتبع في صفحة 4/

3. في العلبة I توجد 10 كرات، قسم منها زرقاء والباقي حمراء،
وفي العلبة II توجد 7 كرات زرقاء وَ 3 كرات حمراء.
نُخرِج بشكل عشوائيّ كرة من العلبة I . إذا خرجت كرة حمراء، ننقلها إلى العلبة II .
إذا خرجت كرة زرقاء، نُعيدها إلى العلبة I .
نُخرِج مرّة ثانية بشكل عشوائيّ كرة من العلبة I ، ومرّة ثانية، إذا خرجت كرة حمراء، ننقلها إلى العلبة II ، وإذا خرجت كرة زرقاء، نُعيدها إلى العلبة I .
بعد ذلك نُخرِج بشكل عشوائيّ كرة واحدة من العلبة II .

أ. معطى أنّ الاحتمال بأن تُنقَل بعد مرَّتَي الإخراج من العلبة I كرة حمراء واحدة فقط من العلبة I إلى العلبة II هو $\frac{19}{36}$.
احسب عدد الكرات الزرقاء التي كانت في العلبة I قبل الإخراج في المرّة الأولى.

أجب عن البندين "ب–جـ" بالنسبة لعدد الكرات الزرقاء الذي حسبتَه في البند "أ" .

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون الكرة التي أخرجناها من العلبة II كرة حمراء؟

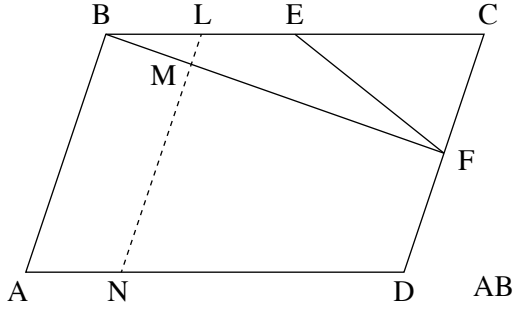
جـ. معلوم أنّ الكرة التي أخرجناها من العلبة II هي كرة حمراء.
ما هو الاحتمال بأنّه بعد أن أخرجنا الكرة الحمراء من العلبة II بقيت فيها ثلاث كرات حمراء بالضبط؟

/يتبع في صفحة 5/

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى (20 درجة)

أجب عن أحد السؤالين 4-5.
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترك.

4. الشكل الرباعيّ ABCD هو متوازي أضلاع.



الزاوية A هي زاوية حادّة.
النقطة E هي منتصف الضلع BC،
والنقطة F هي منتصف الضلع CD
(انظر الرسم).

أ. مساحة المثلّث ECF هي S.
عبّر عن مساحة المتوازي الأضلاع ABCD بدلالة S. علّل إجابتك.

ب. النقطة L هي منتصف القطعة BE.
مرّروا عبر النقطة L مستقيمًا يوازي AB ويقطع BF وَ AD في النقطتين M وَ N بالتلاؤم.
احسب النسبة $\frac{LM}{MN}$.

جـ. معطى أنّ $BE = EF$.
هل يمكن حصر الشكل الرباعيّ ABFD في دائرة؟ علّل تحديدك.

5. ABCD هو شبه منحرف محصور في دائرة ($AB \parallel DC$).
معطى أنّ: $AB = a$ ، $CD = b$ $(a < b)$.
$\sphericalangle C = 60^o$.

أ. عبّر عن ساقَي شبه المنحرف، BC وَ AD، بدلالة a وَ b.

معطى أنّ: $a = 4$ ، طول قطر شبه المنحرف، BD، هو $4\sqrt{7}$.

ب. احسب b.

جـ. (1) R هو نصف قطر الدائرة التي تحصر شبه المنحرف. جد R.
(2) فسّر لماذا يمكن حصر دائرة في شبه المنحرف ABCD.
(3) r هو نصف قطر الدائرة المحصورة في شبه المنحرف. جد r.

/يتبع في صفحة 6/

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

(40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 6-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة) .

انتبه ! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك .

6. معطاة الدالّة $f(x)=a-\frac{2}{x-2}+\frac{1}{(x-2)^2}$. a هو بارامتر.

أجب عن البند "أ" . عبّر عن إجاباتك بدلالة a حسب الحاجة.

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة f(x) .

(2) جد معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين.

(3) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة f(x) (إذا وُجدت مثل هذه النقاط)، وحدّد نوع هذه النقاط.

(4) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة f(x).

معطى أنّ الرسم البيانيّ للدالّة f(x) يمسّ المحور x .

ب. جد a .

عوِّض قيمة a التي وجدتَها، وأجب عن البندين "جـ – د" .

جـ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .

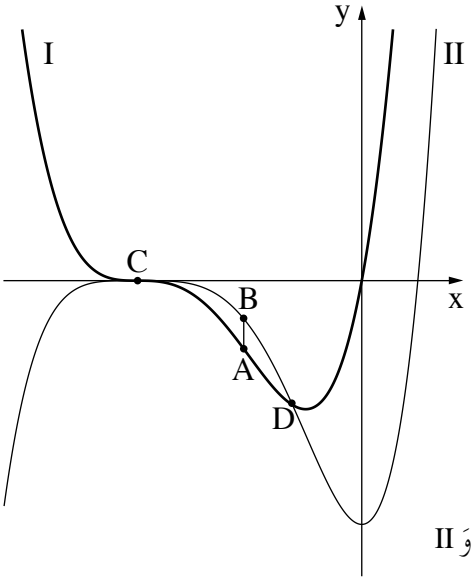
د. معطاة الدالّة $g(x)=|f(x)+k|$.

معلوم أنّ الرسم البيانيّ للدالّة g(x) يمسّ خطّ التقارب الأفقيّ للرسم البيانيّ للدالّة f(x) .

جد k (جد الإمكانيّتين). علّل إجابتك.

/يتبع في صفحة 7/

7. أمامك الرسمان البيانيّان للدالّتين $f(x)$ وَ $f'(x)$.



أ. لائم بين الرسمين البيانيّين I وَ II
وبين الدالّتين $f(x)$ وَ $f'(x)$. علّل.
معطى أنّ: $f'(x) = x(x+b)^3$.
$b > 1$ هو بارامتر.
توجد للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ نقطة التواء
في $x = -1$.

ب. جد b.

C وَ D هما نقطتا التقاطع بين الدالّتين
$f(x)$ وَ $f'(x)$ في المجال $x < 0$ ،
كما هو موصوف في الرسم.
النقطتان A وَ B تقعان على الرسمين البيانيّين I وَ II
بالتلاؤم، بحيث يكون المستقيم AB معامدًا للمحور x .
معطى أنّ: $x_C < x_A < x_D$ ،
$x_C = -4$ ،
$x_D = 1 - \sqrt{5}$ ،

جـ. جد الإحداثيّ x للنقطتين A وَ B الذي بالنسبة له تكون القطعة AB أكبر ما يمكن
(يمكن حلّ البند بدون إيجاد الدالّة $f(x)$).

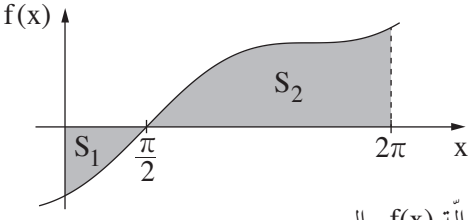
/يتبع في صفحة 8/

8. $f(x)$ هي دالّة معرَّفة لكلّ x.

الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المحور y في جزئه السالب.

نقطة التقاطع الوحيدة للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x هي $(\frac{\pi}{2}, 0)$ (انظر الرسم).

معطى أنّ: المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحورين والمستقيم $x = 2\pi$ (المساحة الرماديّة في الرسم) تساوي $10\pi^2 + 16$.



معطى أيضًا أن: $\int_0^{2\pi} f(x)\,dx = 8\pi^2$.

أ. جد المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحورين (المساحة S_1 المشار إليها في الرسم).

الدالّة $F(x)$ هي دالّة أصليّة للدالّة $f(x)$. معطى أنّ: $F(0) = 0$.

ب. جد $F(\frac{\pi}{2})$.

معطى أنّ: $f'(x) = 8\sin x + 8$.

جـ. جد $f(x)$.

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.