

Matemáticas

**Según el plan de reforma de aprendizaje
significativo**

Primer cuestionario - 5 unidades de estudio

Instrucciones para el examen

א. Duración del examen: Tres horas y media.

ב. Estructura del cuestionario y clave de la evaluación:

Este cuestionario consta de tres partes

Primera parte – Álgebra y Probabilidad

– 2×20 – 40 puntos

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano

– 1×20 – 20 puntos

Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios, de funciones radical, de funciones racionales y de funciones trigonométricas.

– 2×20 – 40 puntos

Total – 100 puntos

ג. Material auxiliar permitido:

(1) Una calculadora no gráfica. No se admite la posibilidad de programación con calculadoras programables. El uso de calculadora gráfica o de la posibilidad de programación de las calculadoras programables puede causar la anulación del examen.

(2) Hojas de fórmulas (adjuntas).

(3) Diccionario hebreo-lengua extranjera / lengua extranjera-hebreo.

ד. Instrucciones especiales:

(1) No copies la pregunta; indica solo su número.

(2) Inicia cada respuesta a una nueva pregunta en una nueva hoja. Indica en el cuadernillo las etapas de la resolución, an en el caso en que realices tus cálculos utilizando la calculadora. Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

(3) Como borrador puedes usar las hojas del cuadernillo del examen o las hojas que hayas recibido de los celadores. El uso de otros borradores puede causar la anulación del examen.

¡Buena Suerte!

מתימטיקה

על פי הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון ראשון מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון

– אלגברה והסתברות – 2×20 – 40 נקודות

פרק שני

– גאומטריה וטריגונומטריה במישור

– 1×20 – 20 נקודות

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות שורש, של

פונקציות רציונליות ושל פונקציות

טריגונומטריות

– 2×20 – 40 נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון

גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את

בי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים

שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Preguntas

¡Presta atención! Explica detalladamente y de forma clara y ordenada, todas tus operaciones, incluidos los cálculos. La falta de detalles puede perjudicar la nota o causar la anulación del examen.

Primera parte – Álgebra y Probabilidad (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 1 – 3 (cada pregunta – 20 puntos).

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas de tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para la corrección.

1. Noga realizó en bicicleta una trayectoria de cierta longitud, a cuatro velocidades constantes diferentes. Cada vez, luego de recorrer un tramo cuya longitud era de un cuarto del recorrido, aumentó la velocidad, y pedaleó a una velocidad 2 veces mayor que la velocidad anterior.
En el último tramo viajó a una velocidad de 40 km/h.
Noga partió a las 8:00 de la mañana y finalizó la trayectoria a las 11:45 de la mañana.
 - א. ¿Cuál es la longitud de la trayectoria?
 - ב. Daniel inició la misma trayectoria a las 9:45, y viajó a una velocidad constante a lo largo de toda la trayectoria.
Él también llegó al final de la trayectoria a las 11:45 horas.
¿En cuál de los cuatro tramos de la trayectoria se encontró Daniel con Noga por primera vez, y a qué hora?



2. Se da la progresión $a_n = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{2^n}$.
 b_n y c_n son progresiones geométricas, cuyos términos son todos positivos,
que cumplen, para todo n natural: $a_n = b_n - c_n$.

Dato: $c_3 = \frac{1}{8}$, $b_6 = 64$

- א. (1) Halla b_1 y la razón de la progresión b_n .
(2) Halla c_1 y la razón de la progresión c_n .

Indicaremos con A_n la suma de los n primeros términos de la progresión a_n ,
Indicaremos con B_n la suma de los n primeros términos de la progresión b_n ,
E indicaremos con C_n la suma de los n primeros términos de la progresión c_n .

- ב. Muestra que: $C_n = B_n - A_n$.

- ג. ¿Para qué valores de n se cumple la desigualdad: $0.9 < B_n - A_n < 1$?

3. En un gran asilo de ancianos, algunos de los residentes poseen escúter eléctrico para minusválidos [קלנועית] y el resto no lo posee.
Si se eligen al azar 9 residentes de este asilo de ancianos, la posibilidad de que exactamente 4 de ellos posea escúter es 24 veces mayor que la probabilidad de que 6 de ellos exactamente posea escúter.

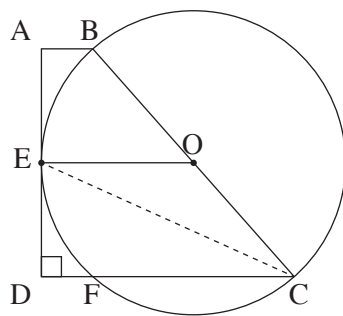
- א. ¿Cuál es la probabilidad de que un residente elegido al azar posea escúter?
ב. Se elige al azar a 6 residentes del asilo de ancianos. Se sabe que por lo menos 3 de ellos poseen escúter. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de ellos posean escúter?
ג. Se elige al azar residentes del asilo de ancianos, uno después de otro, hasta que exactamente 3 de ellos tienen escúter. ¿Cuál es la probabilidad de que sean elegidos de esta manera exactamente 6 residentes?

Segunda parte – Geometría y Trigonometría del plano (20 puntos)

Responde a una de las preguntas 4 – 5 .

¡Presta atención! Si respondes a más de una pregunta, solo la primera respuesta de tu cuadernillo será tomada en cuenta para su corrección.

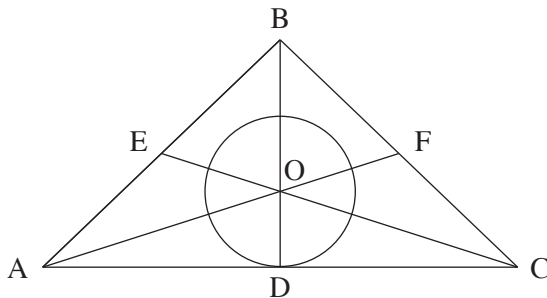
4. Se da una circunferencia cuyo centro es O.
ABCD es un trapecio rectángulo
($AB \parallel DC$, $\angle ADC = 90^\circ$).
El lado AD es tangente a la circunferencia
en el punto E, y los puntos B y C se hallan
sobre la circunferencia, de tal modo que BC
es un diámetro.



El lado DC corta la circunferencia en el punto F, tal y como se describe en el dibujo.

- א. Demuestra: $\angle BCD = 2\angle DEF$.
- ב. Demuestra: $\triangle ABE \cong \triangle DFE$.
- ג. Demuestra: $DC + DF = BC$.

5. ABC es un triángulo isósceles
($AB = BC$).
AF , CE y BD son medianas en el
triángulo, que se cortan en el
punto O (ver dibujo).



- א. Demuestra: $S_{\triangle BOE} = S_{\triangle COD}$.

Una circunferencia de centro O es tangente al lado AC en el punto D.

Se da que el área de la circunferencia es igual al área del triángulo AOC.

- ב. Calcula la magnitud del ángulo ACE.
- ג. Expresa la longitud del segmento OE por medio del radio de la circunferencia.

Continúa en la página 5



Tercera parte – Cálculo diferencial e integral de polinomios, de funciones radical, de funciones racionales y de funciones trigonométricas (40 puntos)

Responde a dos de las preguntas 6 - 8 (cada pregunta – 20 puntos).

¡Presta atención! Si respondes a más de dos preguntas, solo las dos primeras respuestas en tu cuadernillo serán tenidas en cuenta para su corrección.

6. Se da la función $f(x) = \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 - 10x + 24}}$.

- א. (1) Halla el dominio de definición de la función $f(x)$.
(2) Halla los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes (si los hubiere).
(3) Halla las asíntotas de la función $f(x)$ que son perpendiculares a los ejes.
(4) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f(x)$ (si los hubiere).
(5) Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$.

Se da la función $g(x)$, que cumple: $g(x) = f(x + 5)$.

- ב. (1) Demuestra que $g(x)$ es una función impar.
(2) Traza un esbozo del gráfico de la función $g(x)$.
ג. Explica por qué para todo $1 < a < b$ se cumple la igualdad:

$$\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$$



7. Se da la función $f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$.
- (1) Halla el dominio de definición de la función $f(x)$.
 - (2) Halla los puntos de intersección del gráfico de la función $f(x)$ con los ejes.
 - (3) Halla las asíntotas verticales de la función $f(x)$.
 - (4) Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $f(x)$ (si los hubiere).
- א. Traza un esbozo del gráfico de la función $f(x)$ en el intervalo $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.
- א. Dato: $0 < a < \frac{\pi}{2}$.

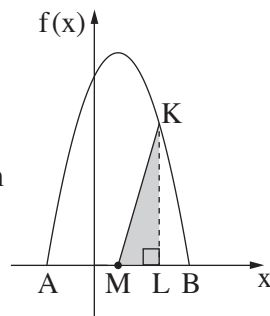
El área limitada por el gráfico de la función $f(x)$, la recta $x = a$ y el eje x es igual a 1.

Halla a .

8. En el dibujo que te presentamos se describe el gráfico de la función $f(x) = -x^2 + 2x + c$ en su intervalo en el que no es negativa.

A y B son puntos de intersección de la función $f(x)$ con el eje x .

Dato: $x_A = -t$, $x_B = 2t$, ($t > 0$)



- א. Halla t y c .

M es un punto de intersección del eje de simetría de la parábola con el eje x .

K es un punto cualquiera sobre el gráfico de la función $f(x)$ por sobre el eje x .

Desde el punto K se trazó una perpendicular al eje x , que corta el segmento AB en el punto L .

- א. Halla para qué coordenadas de x del punto K el área del triángulo KLM es el máximo.

Halla las dos soluciones posibles.

En tu respuesta puedes dejar la raíz indicada.

!Buena Suerte!

Los derechos de autor están reservados al Estado de Israel.
Se prohíbe su copia o publicación salvo la autorización expresa
del Ministerio de Educación.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך