

**Государство Израиль
Министерство просвещения**

Тип экзамена: на аттестат зрелости
Время проведения экзамена: лето 2017 года

Номер вопросника: 035582

Приложение: листы с формулами
для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

**מדינת ישראל
משרד החינוך**

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

**по программе реформы "значимое обучение"
второй вопросник – 5 единиц обучения**

מתמטיקה

**על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית
שאלון שני מ-5 יחידות לימוד**

Указания экзаменующимся

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела.

Раздел первый: аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные

числа – $2 \times 33\frac{1}{3}$ – $66\frac{2}{3}$ балла

Раздел второй: рост и затухание,

показательные и логарифмические функции –

$1 \times 33\frac{1}{3}$ – $33\frac{1}{3}$ балла

Всего – 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменующегося.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь или листы, полученные от экзаменаторов. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון: גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים –

$2 \times 33\frac{1}{3}$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני: גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $1 \times 33\frac{1}{3}$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа ($66\frac{2}{3}$ балла)

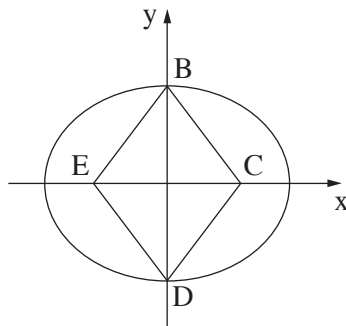
Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Дан ромб BCDE .

Вершины B и D располагаются на оси y .

Вершины C и E располагаются на оси x .



Дано: длина стороны ромба равна 5 ,
 длина его высоты равна 4.8 ,
 а длина диагонали BD больше, чем длина диагонали CE .

Через вершины B и D проходит эллипс [אליפסה קנונית] (смотрите чертеж), фокусами которого являются точки C и E .

(א) (1) Найдите координаты вершин ромба.

(2) Найдите уравнение данного эллипса.

Парабола, уравнение которой $y^2 = 2px$, пересекает данный эллипс в первом квадранте в точке M .

Дано: координата y точки M равна $\sqrt{15}$.

(ב) Докажите, что фокус параболы располагается в точке C .

(ג) Через точку E проводят прямую, параллельную оси y .

P – точка на данной параболе, расстояние которой от этой прямой равна k .

Найдите отношение $\frac{PC}{k}$. Объясните.

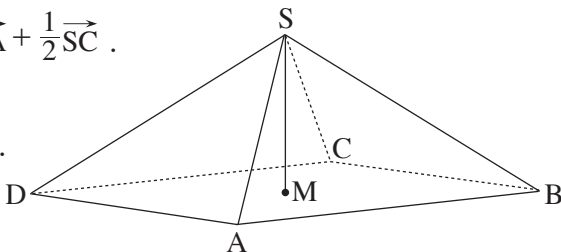
2. Дана пирамида $SABCD$, боковые ребра которой равны между собой [פירמידה ישרה] и основание $ABCD$ которой – квадрат.

M – такая точка, что $\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC}$.

(א) (1) Докажите: $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.

(2) Докажите, что $\vec{SM}$ перпендикулярен к $\vec{AC}$.

(3) Обоснуйте, почему SM – высота данной пирамиды.



Дано: $A(\sqrt{3}, 1, 0)$, $C(-\sqrt{3}, -1, 0)$, точки B и D расположены в плоскости $z = 0$, а объем пирамиды $SABCD$ равен 16.

(ב) (1) Найдите координаты точки M .

(2) Найдите координаты вершины S (найдите два возможных решения).

Обозначим точки, найденные вами при ответе на вопрос пункта (ב)-(2), как S_1 и S_2 .

(ג) (1) Найдите уравнение плоскости AS_1S_2 .

(2) Расположена ли точка C в плоскости AS_1S_2 ?

Обоснуйте свой ответ.

3. (κ) Найдите комплексные числа z , для которых $z^3 = -1$.

Обозначим решения уравнения из пункта (κ) через z_1 , z_2 и z_3

Дано, что z_2 – действительное число.

(ב) (1) Покажите, что z_1 , z_2 и z_3 являются тремя последовательными членами геометрической прогрессии.

(2) z_1 , z_2 и z_3 являются тремя первыми членами геометрической прогрессии z_n .

Найдите z_5 , пятый член этой прогрессии.

(ג) (1) z_{13} , z_{14} и z_{15} (13-й, 14-й и 15-й члены прогрессии z_n , найденной вами в пункте (ב)) представлены соответственно точками A , B и C в гауссовой плоскости.

Вычислите площадь треугольника ABC .

(2) K , L и M – три точки в гауссовой плоскости, соответствующие трем последовательным членам геометрической прогрессии z_n .

Объясните, почему треугольник KLM конгруэнтен

треугольнику, площадь которого вы нашли в подпункте (ג)-(1).

Раздел второй – рост и затухание,

показательные и логарифмические функции (33 $\frac{1}{3}$ балла)

Ответьте на один из вопросов 4-5 .

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый из ответов в вашей тетради.

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}$.

- (א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
(2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
(3) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.
(4) Найдите асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярные осям координат (если таковые существуют).
(5) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Воспользуйтесь своими ответами на вопросы пункта (א)

и ответьте на вопросы пункта (ב).

- (ב) (1) Объясните, почему функция $g(x)$ определена для любого x .
(2) Каковы координаты точек экстремума функции $g(x)$ и каков их тип? Обоснуйте свой ответ.
(3) Найдите области возрастания и убывания функции $g(x)$.
(4) Найдите асимптоты функции $g(x)$, перпендикулярные осям координат (если таковые существуют). Обоснуйте свой ответ.
(5) Дополните схематический график функции $f(x)$ схематическим графиком функции $g(x)$.

5. Дана функция $h(x) = \frac{x+3}{x}$.

(א) Найдите область определения функции $h(x)$.

(ב) Найдите область, в которой $h(x) > 0$.

В области, в которой $h(x) > 0$, дана функция $f(x)$, для которой:

$$f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}.$$

Дано, что график функции $f(x)$ проходит через точку $(3, \ln 2)$,
и известно, что у функции $f(x)$ есть одна горизонтальная асимптота.

(ג) Найдите функцию $f(x)$.

(ד) Найдите асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярные осям
координат.

(ה) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$
(если таковые существуют).

(ו) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.