

Государство Израиль
Министерство просвещения
 Тип экзамена: на аттестат зрелости
 Время проведения экзамена: лето 2017 года
Номер вопросника: 035581
 Приложение: листы с формулами
 для уровня в 5 единиц обучения
Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל
משרד החינוך
 סוג הבחינה: בגרות
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017
מספר השאלון: 035581
 נספח: דפי נוסחאות
 ל-5 יחידות לימוד
תרגום לרוסית (5)

Математика
по программе реформы "значимое обучение"
первый вопросник – 5 единиц обучения

מתמטיקה
על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית
שאלון ראשון מ-5 יחידות לימוד

Указания экзаменуемым

- а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
 В этом вопроснике три раздела.
 Раздел первый: алгебра и теория вероятностей — (2×20) — 40 баллов
 Раздел второй: геометрия и тригонометрия на плоскости — (1×20) — 20 баллов
 Раздел третий: дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций и тригонометрических функций — (2×20) — 40 баллов
 Всего — 100 баллов
- в. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 2. Листы с формулами (прилагаются).
 3. Словарь по выбору экзаменующегося.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь или листы, полученные от экзаменаторов. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
 בשאלון זה שלושה פרקים.
 פרק ראשון — אלגברה והסתברות
 20×2 — 40 נקודות
 פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה
 20×1 — 20 נקודות
 פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
 של פולינומים, של פונקציות שורש,
 של פונקציות רציונליות ושל פונקציות
 טריגונומטריות — 20×2 — 40 נקודות
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 2. דפי נוסחאות (מצורפים).
 3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיטו יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיטו אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности

(40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Нора ехала на велосипеде по маршруту определенной длины с четырьмя различными постоянными скоростями.

Каждый раз после того, как она проезжала участок длиной в четверть длины маршрута, она увеличивала скорость движения и ехала со скоростью, в 2 раза большей ее предыдущей скорости.

На последнем участке она ехала со скоростью 40 км/ч.

Нора отправилась в путь в 8:00 утра и закончила весь маршрут в 11:45 утра.

(א) Какова длина этого маршрута?

(ב) Даниэль выехал по тому же маршруту в 9:45 утра и ехал с постоянной скоростью на всем его протяжении. Он также доехал до конца маршрута в 11:45 утра.

На каком из четырех участков маршрута Даниэль впервые встретил Нору и в котором часу?

2. Дана последовательность $a_n = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{2^n}$.

b_n и c_n – геометрические прогрессии, все члены которых положительны и для которых выполняется при любом натуральном n : $a_n = b_n - c_n$.

Дано: $c_3 = \frac{1}{8}$, $b_6 = 64$.

(κ) (1) Найдите b_1 и знаменатель прогрессии b_n .

(2) Найдите c_1 и знаменатель прогрессии c_n .

Сумму n первых членов последовательности a_n обозначим как A_n .

Сумму n первых членов прогрессии b_n обозначим как B_n .

Сумму n первых членов прогрессии c_n обозначим как C_n .

(ג) Покажите, что $C_n = B_n - A_n$.

(ג) Для каких значений n выполняется неравенство $0.9 < B_n - A_n < 1$?

3. В большом доме престарелых у нескольких жильцов есть электрический скутер [תלנוע], а у остальных нет скутера.

Если случайным образом выбрать 9 жильцов этого дома престарелых, то вероятность того, что в точности у 4 из них есть скутер, в 24 раза выше, чем вероятность того, что в точности у 6 из них есть скутер.

(κ) Какова вероятность того, что у случайно выбранного жильца есть скутер?

(ג) Случайным образом выбирают 6 жильцов дома престарелых.

Известно, что, по меньшей мере, у 3 из них есть скутер.

Какова вероятность того, что в точности у 4 из них есть скутер?

(ג) Случайным образом выбирают жильцов дома престарелых одного за другим пока окажется, что в точности у 3 из них есть скутер.

Какова вероятность того, что таким способом будут выбраны в точности 6 жильцов?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

4. Дана окружность с центром O .

$ABCD$ – прямоугольная трапеция ($AB \parallel DC$, $\angle ADC = 90^\circ$).

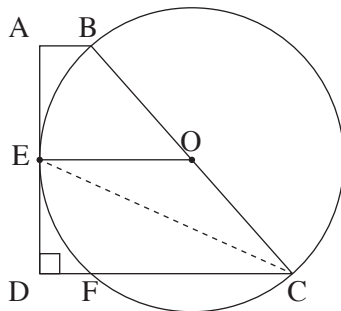
Сторона AD касается окружности в точке E ,
 а точки B и C – такие точки на окружности,
 что BC – ее диаметр.

Сторона DC пересекает окружность
 в точке F , как показано на чертеже.

(а) Докажите: $\angle BCD = 2\angle DEF$.

(б) Докажите: $\triangle ABE \cong \triangle DFE$.

(в) Докажите: $BC = DF + DC$.



5. ABC – равнобедренный треугольник ($AB = BC$).

AF , CE и BD – медианы в данном треугольнике,
 пересекающиеся в точке O (смотрите чертеж).

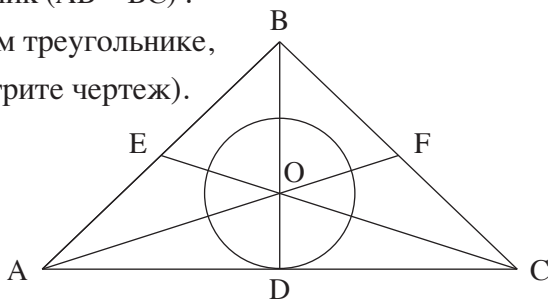
(а) Докажите: $S_{\triangle BOE} = S_{\triangle COD}$.

Окружность с центром O
 касается стороны AC в точке D .

Дано, что площадь данного круга равна площади треугольника AOC .

(б) Вычислите величину угла ACE .

(в) Выразите длину отрезка OE при помощи радиуса данной
 окружности.



**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление
полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций
и тригонометрических функций (40 баллов)**

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$.

- (к) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите точки пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).
- (3) Найдите асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярные осям координат.
- (4) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).
- (5) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x)$, для которой $g(x) = f(x+5)$.

- (ג) (1) Докажите, что $g(x)$ является нечетной функцией.
- (2) Начертите схематический график функции $g(x)$.
- (ד) Объясните, почему для любых $1 < a < b$

выполняется равенство: $\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$.

7. Дана функция $f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$.

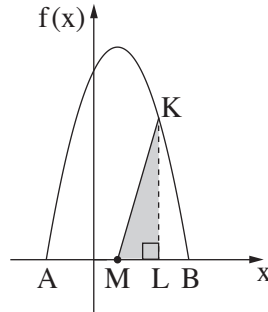
- (א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
 (2) Найдите точки пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
 (3) Найдите вертикальные асимптоты функции $f(x)$.
 (4) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).
 (ב) Начертите схематический график функции $f(x)$ в области $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.
 (ג) Дано: $0 < a < \frac{\pi}{2}$.
 Площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, прямой $x = a$ и осью x , равна 1.
 Найдите a .

8. На следующем чертеже изображен график функции $f(x) = -x^2 + 2x + c$ в его неотрицательной области.

А и В – точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

Дано: $x_A = -t$, $x_B = 2t$ ($t > 0$)

(א) Найдите t и c .



М – точка пересечения оси симметрии параболы с осью x .

К – некоторая точка на графике функции $f(x)$ над осью x .

Из точки К опустили перпендикуляр на ось x , пересекающий отрезок АВ в точке L.

(ב) Найдите, при каких значениях координаты x точки К площадь треугольника KLM будет максимальной. Найдите два возможных решения. В своем ответе вы можете оставить знак корня.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.