

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מן המשגיחים.

שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

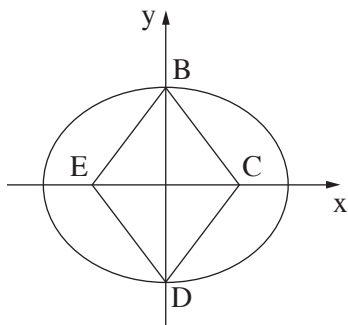
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעוין BCDE.

הקדקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-y,

והקדקודים C ו-E נמצאים על ציר ה-x.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5,

אורך גובהו הוא 4.8,

ואורך האלכסון BD גדול מאורך האלכסון CE.

דרך הקדקודים B ו-D עוברת אליפסה קנונית (ראה ציור), שמוקדה הם הנקודות C ו-E.

א. (1) מצא את השיעורים של קדקודי המעוין.

(2) מצא את משוואת האליפסה.

פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$ חותכת את האליפסה ברביע הראשון בנקודה M.

נתון: שיעור ה-y של M הוא $\sqrt{15}$.

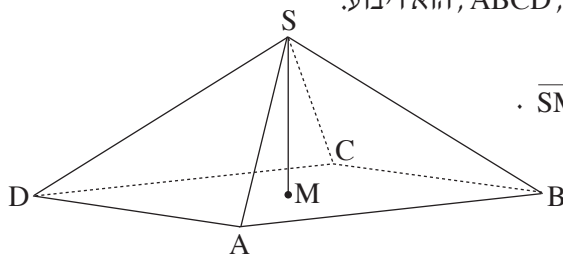
ב. הוכח שמוקד הפרבולה נמצא בנקודה C.

ג. דרך הנקודה E מעבירים ישר המקביל לציר ה-y.

P היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר הזה הוא k.

מצא את היחס $\frac{PC}{k}$. הסבר.

2. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$, שבסיסה $ABCD$, הוא ריבוע.



$$M \text{ היא נקודה כך ש- } \vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC}.$$

$$\text{א. (1) הוכח: } \vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}.$$

$$\text{(2) הוכח ש- } \vec{SM} \text{ מאונך ל- } \vec{AC}.$$

$$\text{(3) נמק מדוע } SM \text{ הוא גובה בפירמידה.}$$

נתון: $A(\sqrt{3}, 1, 0)$, $C(-\sqrt{3}, -1, 0)$, הנקודות B ו- D נמצאות במישור $z = 0$

ונפח הפירמידה $SABCD$ הוא 16.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה M .

(2) מצא את שיעורי הקדקוד S (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת-סעיף ב(2) ב- S_1 ו- S_2 .

ג. (1) מצא את משוואת המישור AS_1S_2 .

(2) האם נקודה C נמצאת על המישור AS_1S_2 ? נמק.

3. א. מצא את המספרים המרוכבים z המקיימים $z^3 = -1$.
 נסמן את פתרונות המשוואה מסעיף א ב- z_1, z_2, z_3 .
 נתון כי z_2 הוא ממשי.
 ב. (1) הראה ש- z_1, z_2, z_3 הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.
 (2) z_1, z_2, z_3 הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית z_n .
 מצא את z_5 , האיבר החמישי בסדרה.
 ג. (1) z_{13}, z_{14}, z_{15} (האיברים ה-13, ה-14 וה-15 בסדרה z_n שמצאת בסעיף ב)
 מיוצגים על ידי הנקודות A, B, C במישור גאוס, בהתאמה.
 חשב את שטח המשולש ABC .
 (2) L, K, M הן שלוש נקודות במישור גאוס המייצגות שלושה איברים עוקבים
 בסדרה z_n .
 הסבר מדוע המשולש KLM חופף למשולש שאת שטחו מצאת בתת-סעיף ג(1).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

היעזר בתשובותיך על סעיף א וענה על סעיף ב.

- ב. (1) הסבר מדוע הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x .
- (2) מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומה סוגן? נמק את תשובתך.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
- (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה). נמק את תשובתך.
- (5) הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$ סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

5. נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{x+3}{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של $h(x)$.

ב. מצא את התחום שבו $h(x) > 0$.

בתחום שבו $h(x) > 0$ נתונה הפונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$.

נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(2, 3)$,

וידוע שלפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת.

ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!