

Mathématiques

Conformément au programme de la réforme
pour un apprentissage enrichissant

Deuxième questionnaire – 5 unités d'étude

Instructions au candidat

- א. Durée de l'examen : deux heures et quart.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte deux parties.
Première partie — Géométrie analytique, vecteurs,
trigonométrie dans l'espace,
nombres complexes.
 $2 \times 33 \frac{1}{3} - 66 \frac{2}{3}$ points
Deuxième partie — Croissance et décroissance,
fonctions exponentielles et
logarithmiques.
 $1 \times 33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3}$ points
Total — 100 points

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit
d'utiliser les options de programmation d'une
calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des
options de programmation d'une calculatrice
peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (joints au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère /
langue étrangère-hébreu.

- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement
son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle
page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes
de la résolution, même lorsque les calculs se
font à l'aide de la calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les
calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse
de la note ou votre disqualification.
(3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen
ou les feuilles distribuées par les surveillants.
L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut
entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה

על פי הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
 $2 \times 33 \frac{1}{3} - 66 \frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני — גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $1 \times 33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות
התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות
במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת
את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים
מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט
ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או
לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או
בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת
הבחינה.

בהצלחה !

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes ($66\frac{2}{3}$ points)

Répondez à deux des questions 1-3 ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Soit le losange BCDE .

Les sommets B et D se trouvent sur l'axe des ordonnées.

Les sommets C et E se trouvent sur l'axe des abscisses.

On donne : la longueur du côté du losange est 5 ,

la longueur de sa hauteur est 4,8 ,

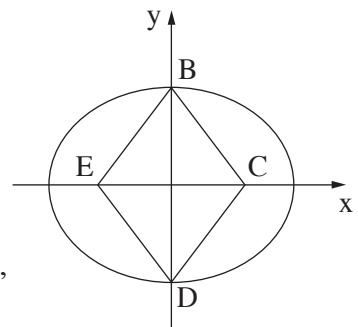
et la longueur de la diagonale BD

est supérieure à la longueur de la diagonale CE .

Une ellipse centrée à l'origine [אליפסה קנונית] (voir figure) dont les foyers sont les points C et E , passe par les sommets B et D .

א. (1) Déterminez les coordonnées des sommets du losange.

(2) Déterminez l'équation de l'ellipse .



La parabole d'équation $y^2 = 2px$ coupe l'ellipse, dans le premier quadrant, en un point M .

On donne : l'ordonnée de M est $\sqrt{15}$.

ב. Démontrez que le foyer de la parabole est situé au point C .

ג. On trace une droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point E .

P est un point de la parabole dont la distance à cette droite est k .

Déterminez le rapport $\frac{PC}{k}$. Expliquez.

Suite en page 3 ►

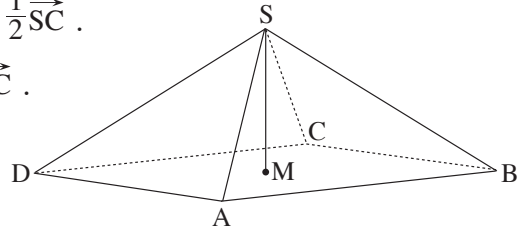
2. Soit la pyramide droite SABCD dont la base ABCD est un carré.

M est un point tel que $\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC}$.

א. (1) Démontrez que $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.

(2) Démontrez que $\vec{SM}$ est orthogonal à $\vec{AC}$.

(3) Expliquez pourquoi SM est la hauteur de la pyramide.



On donne : $A(\sqrt{3}, 1, 0)$, $C(-\sqrt{3}, -1, 0)$, les points B et D se trouvent sur le plan $z = 0$ et le volume de la pyramide SABCD est 16.

ב. (1) Déterminez les coordonnées du point M.

(2) Déterminez les coordonnées du sommet S (déterminez les deux possibilités).

On notera S_1 et S_2 les points que vous avez déterminés au sous-paragraphe ב(2).

ג. (1) Déterminez l'équation du plan AS_1S_2 .

(2) Le point C se trouve-t-il dans le plan AS_1S_2 ? Justifiez.

3. א. Déterminez les nombres complexes z vérifiant $z^3 = -1$.

On notera z_1 , z_2 et z_3 , les solutions de l'équation que vous avez déterminées au paragraphe א.

Il est donné que z_2 est un nombre réel.

ב. (1) Montrez que z_1 , z_2 et z_3 sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique.

(2) z_1 , z_2 et z_3 sont les trois premiers termes d'une suite géométrique z_n .

Déterminez z_5 , le cinquième terme de cette suite.

ג. (1) z_{13} , z_{14} et z_{15} (les treizième, quatorzième et quinzième termes de la suite z_n que vous avez déterminée au paragraphe ב) sont représentés respectivement par les points A, B et C dans le plan de Gauss.

Calculez l'aire du triangle ABC.

(2) K, L et M sont trois points du plan de Gauss représentant trois termes consécutifs de la suite z_n .

Expliquez pourquoi le triangle KLM est superposable au triangle dont vous avez déterminé l'aire au sous-paragraphe ג(1).

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions exponentielles et logarithmiques (33 $\frac{1}{3}$ points)

Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention ! Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. Soit la fonction $f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}$.

- α. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Trouvez les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- (3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- (4) Déterminez les asymptotes de la fonction $f(x)$, perpendiculaires aux axes (s'il en existe).
- (5) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Répondez aux question du paragraphe β en vous aidant de vos réponses au paragraphe α .

- β. (1) Expliquez pourquoi la fonction $g(x)$ est définie pour tout x .
- (2) Quels sont les coordonnées des points d'extremum de la fonction $g(x)$, et de quel type sont-ils ? Justifiez votre réponse.
- (3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $g(x)$.
- (4) Déterminez les asymptotes de la fonction $g(x)$, perpendiculaires aux axes (s'il en existe). Justifiez votre réponse.
- (5) Ajoutez au tracé du graphe de la fonction $f(x)$, une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.

Suite en page 6 ►

5. Soit la fonction $h(x) = \frac{x+3}{x}$.

- א. Déterminez le domaine de définition de $h(x)$.
- ב. Déterminez l'intervalle pour lequel $h(x) > 0$.

Sur l'intervalle dans lequel $h(x) > 0$, on donne la fonction $f(x)$ vérifiant

$$f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}.$$

Il est donné que le graphe de la fonction $f(x)$ passe par le point $(3, \ln 2)$, et l'on sait que la fonction $f(x)$ admet une seule asymptote horizontale.

- ג. Déterminez la fonction $f(x)$.
- ד. Déterminez les asymptotes de la fonction $f(x)$ perpendiculaires aux axes.
- ה. Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).
- ו. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך