

Mathématiques

Conformément au programme de la réforme
pour un apprentissage enrichissant

Premier questionnaire – 5 unités d'étude

Instructions au candidat

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties.

Première partie — Algèbre et probabilités

$2 \times 20 = 40$ points

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes

$1 \times 20 = 20$ points

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral

de polynômes, de fonctions racines,

de fonctions rationnelles

et de fonctions trigonométriques

$2 \times 20 = 40$ points

Total — 100 points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

(3) Pour vos brouillons, utilisez le cahier d'examen ou les feuilles distribuées par les surveillants. L'utilisation d'autres feuilles de brouillon peut entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

על פי הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון ראשון מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

$20 \times 2 = 40$ נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

$20 \times 1 = 20$ נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות טריגונומטריות

$20 \times 2 = 40$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת

את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים

מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או

בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance!

בהצלחה!

Questions

Attention ! Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie – Algèbre et probabilités (40 points)

Répondez à deux des questions 1-3 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Noga a roulé en vélo sur un parcours d'une certaine longueur, à quatre vitesses constantes différentes.

À chaque fois qu'elle eut achevé de parcourir un segment, dont la longueur valait un quart de l'ensemble du parcours, elle a augmenté sa vitesse en roulant à une vitesse 2 fois plus grande que la précédente.

Sur le dernier segment, elle a roulé à une vitesse de 40 km/h.

Noga a pris la route à 8:00 du matin et a terminé le parcours à 11:45 du matin.

א. Quelle est la longueur du parcours ?

- ב. Daniel a pris la route sur ce même parcours à 9:45 et a roulé à une vitesse constante tout au long de ce parcours. Il a également atteint la fin du parcours à 11:45 .

Dans lequel des quatre segments du parcours et à quelle heure, Daniel a-t-il croisé Noga pour la première fois ?



2. Soit la suite $a_n = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{2^n}$.

b_n et c_n sont des suites géométriques dont tous les termes sont positifs, vérifiant pour tout n entier naturel : $a_n = b_n - c_n$.

On donne : $c_3 = \frac{1}{8}$, $b_6 = 64$.

א. (1) Déterminez b_1 ainsi que la raison de la suite b_n .

(2) Déterminez c_1 ainsi que la raison de la suite c_n .

On notera A_n la somme des n premiers termes de la suite a_n ,

B_n la somme des n premiers termes de la suite b_n ,

et C_n la somme des n premiers termes de la suite c_n .

ב. Démontrez que $C_n = B_n - A_n$.

ג. Pour quelles valeurs de n , l'inégalité $0.9 < B_n - A_n < 1$ est-elle vérifiée ?

3. Certains pensionnaires d'une grande maison de retraite possèdent une voiturette alors que les autres n'en possèdent pas.

Si l'on choisit au hasard 9 pensionnaires de cette maison de retraite, la probabilité que précisément 4 d'entre eux possèdent une voiturette est 24 fois supérieure à la probabilité que précisément 6 d'entre eux possèdent une voiturette.

א. Quelle est la probabilité qu'un pensionnaire choisi au hasard possède une voiturette ?

ב. On choisit au hasard 6 pensionnaires de cette maison de retraite. On sait qu'au moins 3 d'entre eux possèdent une voiturette.

Quelle est la probabilité que précisément 4 d'entre eux possèdent une voiturette ?

ג. On choisit au hasard des pensionnaires de la maison de retraite l'un après l'autre, jusqu'à ce que précisément 3 d'entre eux possèdent une voiturette.

Quelle est la probabilité de choisir de cette manière, précisément 6 pensionnaires ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes (20 points)

Répondez à l'une des questions 4-5 .

Attention ! Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

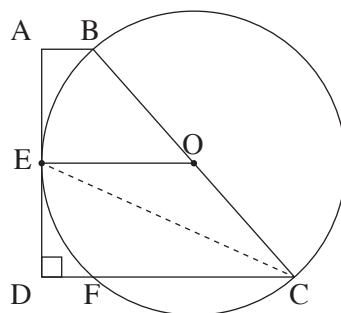
4. Soit un cercle de centre O .

$ABCD$ est un trapèze rectangle ($AB \parallel DC$, $\angle ADC = 90^\circ$) .

Le côté AD est tangent au cercle en un point E ,

et les points B et C se trouvent sur le cercle de sorte que BC est un diamètre.

Le côté DC coupe le cercle en un point F , tel que représenté sur la figure.



א. Démontrez que $\angle BCD = 2\angle DEF$.

ב. Démontrez que $\triangle ABE \cong \triangle DFE$.

ג. Démontrez que $BC = DF + DC$.

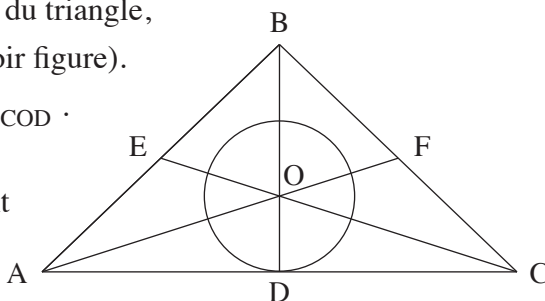
5. ABC est un triangle isocèle ($AB = BC$) .

AF , CE et BD sont les médianes du triangle, qui se coupent en un point O (voir figure).

א. Démontrez que $S_{\triangle BOE} = S_{\triangle COD}$.

Un cercle de centre O est tangent au côté AC en un point D .

Il est donné que l'aire du disque est égale à l'aire du triangle AOC .



ב. Calculez la mesure de l'angle ACE .

ג. Exprimez la longueur du segment OE en fonction du rayon du cercle.

**Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes,
de fonctions racines, de fonctions rationnelles
et de fonctions trigonométriques (40 points)**

Répondez à deux des questions 6-8 (20 points par question).

Attention ! Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
(2) Déterminez les points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes (s'il en existe).
(3) Déterminez les asymptotes de la fonction $f(x)$, qui sont perpendiculaires aux axes.
(4) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).
(5) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x)$ vérifiant : $g(x) = f(x+5)$.

- ב. (1) Démontrez que $g(x)$ est une fonction impaire.
(2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.
- ג. Expliquez pourquoi, pour tout $1 < a < b$, l'égalité $\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$ est vérifiée.

7. Soit la fonction $f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- (3) Déterminez les asymptotes verticales de la fonction $f(x)$.
- (4) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).

ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$ sur l'intervalle $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

ג. On donne : $0 < a < \frac{\pi}{2}$.

L'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, la droite $x = a$ et l'axe des abscisses est égale à 1.

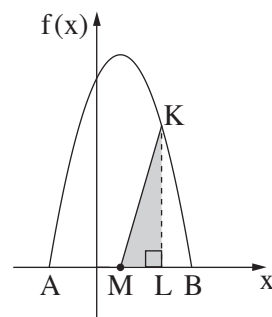
Déterminez a .

8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = -x^2 + 2x + c$ dans son domaine non-négatif.

A et B sont les points d'intersection de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.

On donne : $x_A = -t$, $x_B = 2t$ ($t > 0$).

א. Déterminez t et c .



M est le point d'intersection de l'axe de symétrie de la parabole avec l'axe des abscisses.

K est un point quelconque sur le graphe de la fonction $f(x)$ au dessus de l'axe des abscisses.

À partir du point K, on abaisse une perpendiculaire à l'axe des abscisses coupant le segment AB en un point L.

ב. Déterminez pour quelles abscisses du point K, l'aire du triangle KLM est maximale.

Déterminez les deux solutions possibles.

Vous pouvez conserver des racines dans votre réponse.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך