

Mathematics

4 Points – Second Questionnaire

Instructions for examinees

א. Duration of the exam: One hour and 45 minutes

ב. Exam structure and breakdown of points:

This exam has two parts.

Part One — Sequences, Spatial Trigonometry —

$$1 \times 33\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3} \text{ points}$$

Part Two — Growth & Decay, Differential and
Integral Calculus of Trigonometric,
Logarithmic, Exponential & Power
Functions —

$$2 \times 33\frac{1}{3} = 66\frac{2}{3} \text{ points}$$

$$\text{Total} = 100 \text{ points}$$

ג. Material that may be used during the exam:

(1) A non-graphing calculator. You may not use the programming options of a programmable calculator. Use of a graphing calculator or programming options may lead to the disqualification of your exam.

(2) Formula sheets (attached).

(3) A Hebrew-foreign language/
foreign language-Hebrew dictionary.

ד. Special instructions:

- (1) Do not copy the question, but do indicate the number of the question you are answering.
- (2) Start each question on a new page. Write the steps of the solution in your answer booklet, even when the calculations are done with a calculator. Explain all of your work, including calculations, in detail and in a clear and organized fashion. Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.
- (3) For draft paper, use the answer booklet or paper you receive from the proctors. Use of other draft paper may lead to the disqualification of your exam.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — סדרות, טריגונומטריה במרחב

$$1 \times 33\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני — גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי

ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות

ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

$$2 \times 33\frac{1}{3} = 66\frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

סה"כ — 10 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה

בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם

כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או

בדפים שקיבלת מהמטגיחים. שימוש בטייטה

אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Good Luck!

Questions

Note! Explain all of your work, including calculations, clearly and in detail.

Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.

Part One — Sequences and Spatial Trigonometry ($33\frac{1}{3}$ points)

Answer one of the questions 1-2.

Note! If you answer more than one question, only the first answer in your answer booklet will be graded.

Sequences

1. Given: a sequence in which $a_1 = 0$ and $a_{n+1} = a_n + 2n + 5$ for every natural n .

א. Calculate the terms a_2 and a_3 .

A new sequence is defined: $b_n = a_{n+1} - a_n$.

ב. Express b_n in terms of n .

ג. Prove that the sequence b_n is an arithmetic sequence and find its common difference [הפרש].

ד. Given: The sum of the first n terms of the sequence b_n is equal to a_5 . Find the value of n .

Spatial Trigonometry

2. Given: a right triangular pyramid $SABC$,
whose base, Triangle ABC , is equilateral [שווה צלעות].

Also given: $AB = 2a$.

SO is a height of the pyramid (see figure).

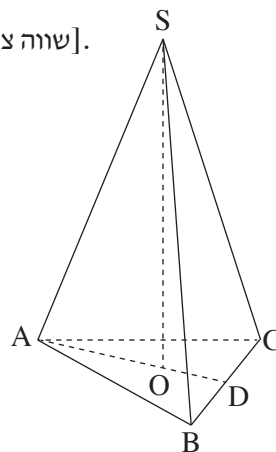
AD is the height to Side BC of Triangle ABC .

א. Express the length of AD in terms of a .

ב. Given: The volume of the pyramid is $\sqrt{3} \cdot a^3$.

Express the height of the pyramid SO in terms of a .

ג. Calculate the size of the angle between any one side edge [מקצוע צדדי] and the base of the pyramid.



Part Two — Growth & Decay, Differential and Integral Calculus of Trigonometric, Logarithmic, Exponential & Power Functions

(66 $\frac{2}{3}$ points)

Answer two of the questions 3-5 (each question — 33 $\frac{1}{3}$ points).

Note! If you answer more than two questions, only the first two answers in your answer booklet will be graded.

3. Given: The function $f(x) = 2x + 4\cos x$ over the interval $0 \leq x \leq \pi$.

- א. Find the coordinates of the point at which the graph of the function intersects the y-axis.
- ב. Find the coordinates of the extrema [נקודות הקיצון] of the function and determine what type of extrema they are.
- ג. Sketch the graph of the function $f(x)$.
- ד. Two lines that were perpendicular to the x-axis were drawn from the internal extrema of the function $f(x)$.
Calculate the area of the region bounded by the graph of the function $f(x)$, the x-axis and the two perpendicular lines.

4. Given: The function $f(x) = \frac{a}{e^{2x} - 10e^x}$. a is a parameter different from 0.

- א. (1) Find the domain [תחום ההגדרה] of the function $f(x)$.
(2) Find the asymptote of the function $f(x)$ that is perpendicular to the x-axis.

The point at which the graph of the function $f(x)$ intersects the y-axis is $(0, -\frac{1}{9})$.

- ב. Find the value of a .

Insert in the function $f(x)$ the value you found in Item ב for a , and answer Items ג and ד.

- ג. (1) Find the coordinates of the extremum [נקודת הקיצון] of the function $f(x)$ and determine what type of extremum it is.
(2) Find the intervals on which the function $f(x)$ increases and decreases.
(3) Does the graph of the function $f(x)$ have points of intersection with the x-axis? Explain.
(4) Sketch the graph of the function $f(x)$.
- ד. Find the interval over which $f(x) < 0$ and also $f'(x) < 0$.

5. Given: The function $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{2+2x}$.

- א. Find the domain [תחום ההגדרה] of the function $f(x)$.
- ב. Find the asymptote of the function $f(x)$ that is perpendicular to the x-axis.
- ג. Find the coordinates of the points at which the graph of the function $f(x)$ intersects the axes (if there are any such points).
- ד. Find the coordinates of the extremum [נקודת הקיצון] of the function $f(x)$ and determine what type of extremum it is.
- ה. Sketch the graph of the function $f(x)$.
- ו. Sketch the graph of the function $-f(x)$.

Good Luck!

All rights reserved by the State of Israel.
Copying or publication without the consent of the
Ministry of Education is prohibited.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך