

אלגברה לינארית

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון 64 נקודות

פרק שני 36 נקודות

סה"כ 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר לשימוש: 1. כל חומר עזר כתוב בכתב-יד או מודפס על נייר.

2. מחשבון פשוט שאינו ניתן לתכנות.

ד. הוראות מיוחדות:

1. את התשובות לכל השאלות יש לרשום אך ורק על גבי דף התשובות שבנספח א'.

2. לנוחותך, לשאלון זה מצורף מילון מונחים בשפות עברית, ערבית, אנגלית ורוסית. תוכל להיעזר בו בעת הצורך.

הוראות למשגיח:

בתום הבחינה יש לוודא שהנבחנים הדביקו את מדבקת הנבחן שלהם במקום המיועד לכך בדף התשובות שבנספח א' וצירפו אותו למחברת הבחינה.

בשאלון זה 22 עמודים ו-4 עמודי נספחים.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר, אך מכוונות הן לנבחנות והן לנבחנים.

בהצלחה!

השאלות

פרק ראשון (64 נקודות)

ענה על ארבע מבין השאלות 1–5 (לכל שאלה – 16 נקודות).
בכל אחת מן השאלות 1–5 נתונים חמישה סעיפים, א'–ה', שאינם תלויים זה בזה.
בכל סעיף נתונות ארבע תשובות, שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף בחר את התשובה הנכונה, והקף בעיגול את הספרה המייצגת אותה בדף התשובות שבנספח א'.
בשאלות שבחרת לענות עליהן, ענה על כל הסעיפים.
הדבק את מדבקת הנבחן שלך במקום המיועד לכך בדף התשובות שבנספח א', והדק אותו למחברת הבחינה.

שאלה 1

הסעיפים א'–ה' מתייחסים לנתונים שלהלן:

נתונה מערכת המשוואות: $A\underline{x} = \underline{b}$

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1-k \\ -1-k \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 0 & 1-k^2 & 0 \\ 0 & -1-k-k^2 & -k \end{pmatrix} \quad \text{עבור:}$$

א. בעבור אילו ערכים של k יש למערכת הנתונה פתרון יחיד?

1. בעבור כל k השונה מ-1 ומ-0 בלבד
2. בעבור כל k השונה מ-0 בלבד
3. לא קיים ערך של k שעבורו יש למערכת הנתונה פתרון יחיד
4. בעבור כל k השונה מ-0 ומ-1± בלבד.

ב. בעבור אילו ערכים של k יהיו למערכת הנתונה אינסוף פתרונות?

1. בעבור k השווה ל-0 בלבד
2. בעבור k השווה ל-(-1) בלבד
3. בעבור k השווה ל-0 או ל-(-1) בלבד
4. בעבור k השווה ל-0 או ל-1 בלבד

ג. בעבור אילו ערכים של k אין למערכת הנתונה אף פתרון?

1. בעבור k השווה ל-1 בלבד
2. בעבור k השווה ל-0 בלבד
3. בעבור k השווה ל-(-1) בלבד
4. לא קיים ערך של k שעבורו אין למערכת הנתונה אף פתרון

ד. אם נתון כי למערכת יש פתרון יחיד, ובפתרון זה ערכו של z הוא $\frac{1}{1+k}$, אז מה יהיה ערכו של x ?

1. $1+k$
2. 0
3. $\frac{1}{1+k}$
4. (-1)

ה. אם נתון כי למערכת יש פתרון יחיד, בעבור אילו ערכים של k ערכו של y יהיה $\frac{1}{3}$?

1. 2
2. $\left(-\frac{1}{3}\right)$
3. לא קיים ערך כזה של k
4. בעבור כל k השונה מ-2 ומ- $\left(-\frac{1}{3}\right)$

שאלה 2

א. נתונות המטריצות:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & a & -\frac{1}{2} & 0 \\ b & 0 & 0 & c \\ -1 & -\frac{1}{2} & d & 0 \end{pmatrix}$$

נתון כי המטריצה D היא ההופכית של המטריצה C. קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. $(a, b, c, d) = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

2. $(a, b, c, d) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

3. $(a, b, c, d) = (0, 0, 0, 0)$

4. $(a, b, c, d) = (1, -1, 1, -1)$

ב. נתונות מטריצות ריבועיות A ו-B. ידוע ש-A היא מטריצה הפיכה, ומתקיים $B^2 = BA + A$. קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. $(B-A)$ ו-B הן מטריצות לא הפיכות

2. $(B-A)$ ו-B הן מטריצות הפיכות

3. B היא מטריצה הפיכה, ואילו המטריצה $(B-A)$ היא לא הפיכה

4. $(B-A)$ היא מטריצה הפיכה, ואילו המטריצה B היא לא הפיכה

ג. תהי A מטריצה ריבועית מסדר 5×5 . נתון כי מרחב העמודות של A שונה מ- R^5 . קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. למערכת המשוואות $A\underline{x} = \underline{0}$ יש פתרון יחיד

2. למערכת המשוואות $A^2\underline{x} = \underline{0}$ יש פתרון יחיד

3. למערכת המשוואות $A\underline{x} = \underline{0}$ יש פתרון לא טריוויאלי

4. למערכת המשוואות $A\underline{x} = \underline{0}$ יש פתרון יחיד השונה מ- $\underline{0}$

- ד. נתונות מטריצות ריבועיות A ו- B מסדר 5×5 . ידוע שקיים וקטור $\underline{x} \neq \underline{0}$, כך ש- $A\underline{x} = B\underline{x}$. קבע איזו מבין הטענות שלהלן היא הטענה הנכונה:

1. $A = B$ בהכרח

2. $\det A = \det B$ בהכרח

3. הדרגה של ההפרש $A - B$ שווה לאפס

4. לא קיימת מטריצה ריבועית C כך ש- $AC = BC + I$

- ה. נתונה מטריצה ריבועית A מסדר $n \times n$. ידוע ש- $A^3 = I$. קבע איזה מן ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. $(A + A^{-1})^2 = A^2 + A$

2. $(A + A^{-1})^2 = A^2 + 2A + 2I$

3. $(A + A^{-1})^2 = 2A^2 + A + 2I$

4. $(A + A^{-1})^2 = A^2 + A + 2I$

שאלה 3

כל הסעיפים בשאלה זו מתייחסים למטריצה הזאת: $A = \begin{pmatrix} k & 0 & -k \\ 0 & k+1 & 0 \\ k & 0 & k \end{pmatrix}$, כאשר $k \neq 0$ ו- $k \neq -1$.

א. מהי הדטרמיננטה של A^2 ?

1. $-4k^5(k+1)^2$

2. 0

3. $4(k+1)^2$

4. $4k^4(k+1)^2$

ב. נתון ש- $k = 1$. מהי הדטרמיננטה של $2A^t A^{-1}$?

1. 2

2. $\frac{1}{8}$

3. -8

4. 8

ג. בעבור אילו ערכים של k מתקיים $AA^t = I$?

1. $k = 0$ בלבד

2. $k = -1$ בלבד

3. לא קיים k כזה

4. לכל $k \neq -1$

ד. בעבור אילו ערכים של k , הווקטור $\underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ הוא וקטור עצמי של A , אשר מתאים לערך העצמי 2?

1. $k = 3$ בלבד

2. $k = 2$ בלבד

3. $k = 1$ בלבד

4. לא קיים k כזה

ה. קבע איזה מבין ההיגדים הבאים **אינו** נכון:

1. הדרגה של A^2 שווה ל-3
2. $A^{-1} = (A^2)^{-1}$
3. אפס הוא לא ערך עצמי של A
4. עבור $k = 1$, מתקיים: $\det(A^2) = 4 \det(A)$

שאלה 4

הסעיפים א' ו-ב' מתייחסים לטרנספורמציה T , כאשר הטרנספורמציה $T: \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^4$ מיוצגת

על-ידי המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, כלומר לכל $\underline{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$ מתקיים $T(\underline{v}) = A \cdot \underline{v}$.

א. קבע איזו מבין הטענות שלהלן היא הטענה הנכונה:

1. $\text{Ker } T = \{0\}$
2. $\text{Im } T = \mathbf{R}^4$
3. T חד-חד-ערכית ו- T על
4. $\dim(\text{Im } T) - \dim(\text{Ker } T) = 2$

ב. קבע איזו מבין הטענות שלהלן היא הטענה הנכונה:

1. ארבע השורות של המטריצה A בלתי תלויות לינארית
2. ארבע העמודות של המטריצה A בלתי תלויות לינארית
3. לא קיים וקטור $\underline{v} \neq 0$, כך ש- $T(\underline{v}) = 0$
4. הדרגה של המטריצה A^2 שונה מ-4

הסעיפים ג', ד' ו-ה' מתייחסים לטרנספורמציה T , כאשר הטרנספורמציה $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

מיוצגת על-ידי המטריצה $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -k \\ 0 & 1 & 0 \\ -k & 0 & 0 \end{pmatrix}$, כלומר לכל $\underline{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ מתקיים $T(\underline{v}) = A \cdot \underline{v}$.

ג. בעבור אילו ערכים של k יש לטרנספורמציה T בדיוק שלושה ערכים עצמיים שונים?

1. בעבור כל $k \neq 1$ בלבד

2. בעבור כל $k \neq \pm 1$ בלבד

3. בעבור כל k השונה מ- 0 , 1 , ו- (-1) בלבד

4. בעבור $k = 0$ בלבד

ד. קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. לכל k ממשי הטרנספורמציה T היא על

2. לכל $k \neq 0$ הטרנספורמציה T היא פונקצייה חד-חד-ערכית

3. לכל k ממשי הטרנספורמציה T היא לא הפיכה

4. $\dim(\text{Im } T) = \dim(\text{Ker } T)$

ה. נתון ש- $k = 2$. קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. קיימים שלושה וקטורים $\{\underline{w}_1, \underline{w}_2, \underline{w}_3\}$ כך ש- $T(\underline{w}_1) = 2\underline{w}_1$, $T(\underline{w}_2) = -2\underline{w}_2$, $T(\underline{w}_3) = \underline{w}_3$

2. $\text{Im } T \neq \mathbb{R}^3$

3. קיימים שני וקטורים שונים $\underline{v}_1 \neq \underline{v}_2$ כך ש- $T(\underline{v}_1) = T(\underline{v}_2)$

4. $\det(A^2) = 0$

שאלה 5

סעיפים א'-ה' מתייחסים לנתונים שלהלן:

נתונים שלושה וקטורים $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ בלתי תלויים לינארית במרחב $\mathbb{R}^3$. נוסף על כך, נתונים ארבעה וקטורים $\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{w}$ ב- $\mathbb{R}^3$ שאפשר לכתוב אותם כקומבינציה לינארית של $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ בצורה הזאת: $\underline{x} = \underline{v}_1 + \underline{v}_2 + \underline{v}_3$, $\underline{y} = \underline{v}_1 - \underline{v}_2 - \underline{v}_3$, $\underline{z} = \underline{v}_1 - \underline{v}_2 + \underline{v}_3$, $\underline{w} = -\underline{v}_1 - \underline{v}_2 + \underline{v}_3$.

א. קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. תת-המרחב הנפרש על-ידי הקבוצה $\{\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{w}\}$ הוא בעל ממד 2
2. הקבוצה $\{\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{w}\}$ בלתי תלויה לינארית
3. הקבוצה $\{\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{w}\}$ מהווה בסיס לתת-המרחב הנפרש על-ידי הקבוצה $\{\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{w}\}$
4. הקבוצה $\{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3\}$ מהווה בסיס למרחב הנפרש על-ידי הקבוצה $\{\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{w}\}$

ב. הממד של תת-המרחב הנפרש על-ידי הקבוצה $\{\underline{x}, \underline{x} + \underline{y}, \underline{x} + \underline{y} + \underline{z}, \underline{x} + \underline{y} + \underline{z} + \underline{w}\}$ שווה ל-:

1. 4
2. 2
3. 3
4. 1

ג. יהי $\underline{u}$ וקטור ניצב לכל אחד מן הווקטורים $\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{w}$. קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. $\underline{u} = \underline{x} + \underline{y} + \underline{z}$
2. $\underline{u} = -\underline{x} + \underline{y} + \underline{z}$
3. $\underline{u} = \underline{0}$
4. $\underline{u} \neq \underline{0}$

ד. קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. **קיים** סקלר ממשי t , כך שהקבוצה $\{\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{x} + \underline{y} + \underline{z} + t\underline{w}\}$ מהווה בסיס למרחב הנפרש

על-ידי הווקטורים $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$

2. **לכל** סקלר ממשי t , הקבוצה $\{\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{x} + \underline{y} + \underline{z} + t\underline{w}\}$ אינה מהווה בסיס למרחב הנפרש

על-ידי הווקטורים $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$

3. הווקטורים $\{\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3\}$ אינם פורשים את המרחב $\mathbb{R}^3$

4. הווקטורים $\{\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}\}$ אינם פורשים את המרחב $\mathbb{R}^3$

ה. קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. הקבוצה $\{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{w}\}$ בלתי תלויה לינארית

2. הקבוצה $\{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{w}\}$ פורשת את המרחב הנפרש על-ידי שלושת הווקטורים $\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}$

3. לא קיימים $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, אשר לפחות אחד מהם שונה מאפס, כך ש-

$$\alpha_1 \underline{x} + \alpha_2 \underline{y} + \alpha_3 \underline{z} + \alpha_4 \underline{w} = \underline{0}.$$

4. הקבוצה $\{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3\}$ אינה מהווה בסיס למרחב הנפרש על-ידי ארבעת הווקטורים

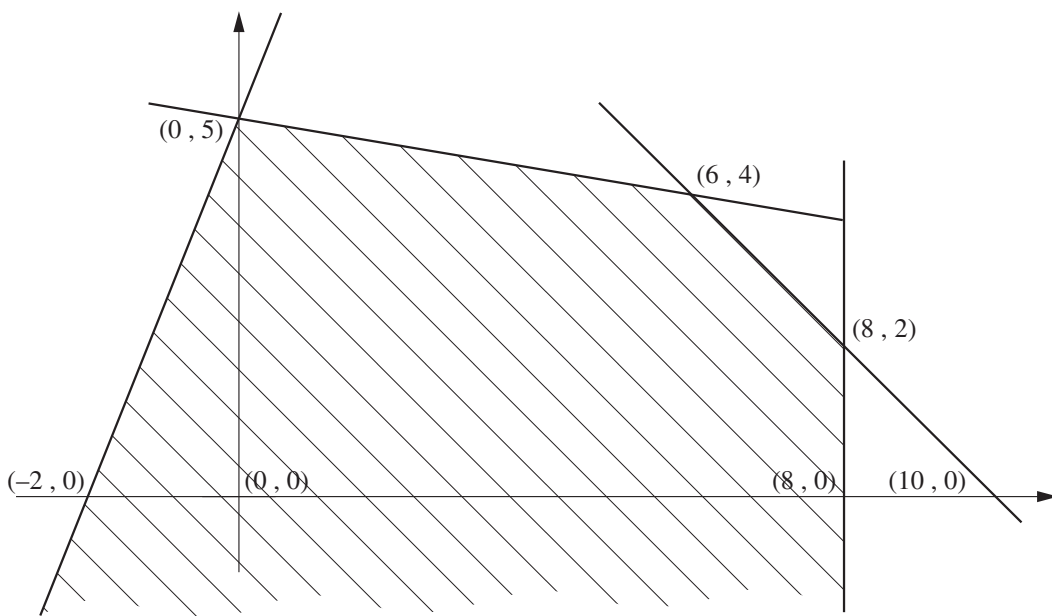
$\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \underline{w}$

פרק שני (36 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6–8 (לכל שאלה – 18 נקודות).
בכל אחת מן השאלות 6–8 נתונים שבעה סעיפים. בכל סעיף נתונות ארבע תשובות, שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף בחר את התשובה הנכונה, והקף בעיגול את הספרה המייצגת אותה בדף התשובות שבנספח א'.
בשאלות שבחרת לענות עליהן, ענה על כל הסעיפים.

שאלה 6

בשאלה זו שבעה סעיפים, א'–ז', שאינם תלויים זה בזה. ענה על כל הסעיפים.
להלן סרטוט עבור מערכת אילוצים לבעיית תכנון לינארי מסוימת. השטח המסומן מהווה את תחום הפתרונות האפשריים של הבעיה.



איור לשאלה 6

א. מערכת האילוצים המתאימה לבעיה היא:

1. $(1) \quad 5x - 2y \geq -10$

$(2) \quad x + 6y \leq 30$

$(3) \quad x + y \leq 10$

$(4) \quad x \leq 8$

2. $(1) \quad 5x - 2y \leq -10$

$(2) \quad x + 6y \leq 30$

$(3) \quad x + y \leq 10$

$(4) \quad x \leq 8$

3. $(1) \quad 5x - 2y \geq -10$

$(2) \quad x + 6y \leq 30$

$(3) \quad x + y \leq 10$

$(4) \quad x \leq 8$

$(5) \quad x, y \geq 0$

4. $(1) \quad 5x - 2y \leq -10$

$(2) \quad x + 6y \leq 30$

$(3) \quad x + y \leq 10$

$(4) \quad x \leq 8$

$(5) \quad x, y \geq 0$

ב. בהינתן פונקציית המטרה $\max \{Z = 5x + 2y\}$, מהו הפתרון האופטימלי לבעיה?

1. $(8, 2)$

2. $(8, 0)$

3. יש אינסוף פתרונות אופטימליים

4. פתרון אופטימלי שאינו חסום

ג. בהינתן פונקציית המטרה $\max\{Z = 5x - 2y\}$, מהו הפתרון האופטימלי לבעיה?

1. $(8, 2)$

2. פתרון אופטימלי שאינו חסום

3. יש אינסוף פתרונות אופטימליים

4. $(8, 0)$

ד. בהינתן פונקציית המטרה $\min\{Z = 5x - 2y\}$, מהו הפתרון האופטימלי לבעיה?

1. פתרון אופטימלי שאינו חסום

2. יש אינסוף פתרונות אופטימליים

3. $(0, 5)$

4. $(-2, 0)$

ה. בהינתן פונקציית המטרה $\max\{Z = kx + y\}$, בעבור אילו ערכים של k יהיה $(6, 4)$ פתרון אופטימלי יחיד לבעיה?

1. $\frac{1}{6} < k < 1$

2. $0 < k < \frac{1}{6}$

3. $1 < k < 6$

4. לא קיים k כזה

ו. בהינתן פונקציית המטרה $\max\{Z = x + ky\}$, בעבור אילו ערכים של k יהיה $(6, 4)$ פתרון אופטימלי יחיד לבעיה?

1. $1 < k < 6$

2. $0 < k < \frac{1}{6}$

3. $\frac{1}{6} < k < 1$

4. לא קיים k כזה

ז. בהינתן פונקציית המטרה $\min\{Z = x + ky\}$, בעבור אילו ערכים של k יהיה (6,4) פתרון אופטימלי יחיד לבעיה?

1. $\frac{1}{6} < k < 1$

2. לא קיים k כזה

3. $k = 0$

4. $0 < k < \frac{1}{6}$

שאלה 7

בשאלה זו **שבעה** סעיפים, א'-ז', שאינם תלויים זה בזה. ענה על **כל** הסעיפים.

א. בטבלה שלפניך נתון פתרון בסיסי אפשרי לבעיית תובלה:

מקורות	יעדים				היצע
	1	2	3	4	
1	25				A
2	5	8	43	24	B
3				15	C
ביקוש	D	E	F	G	

מהו ההיצע בכל מקור, והביקוש בכל יעד?

1. $A = 25$, $B = 80$, $C = 15$, $D = 30$, $E = 8$, $F = 43$, $G = 39$

2. $A = 25$, $B = 5$, $C = 15$, $D = 5$, $E = 8$, $F = 43$, $G = 15$

3. $A = 25$, $B = 43$, $C = 15$, $D = 25$, $E = 8$, $F = 43$, $G = 24$

4. $A = 25$, $B = 24$, $C = 15$, $D = 0$, $E = 8$, $F = 43$, $G = 0$

ב. בטבלה שלפניך נתון פתרון בסיסי אפשרי לבעיית תובלה, ונתון כי $u_3 = 0$.

מקורות	יעדים				היצע	u_i
	1	2	3	4		
1	2 28	8	5 2	6	30	
2	4	10 23	8 42	2	65	
3	5	3	7 6	1 19	25	0
ביקוש	28	23	50	19		
v_j						

ערכי המשתנים $u_1, u_2, v_1, v_2, v_3, v_4$, החסרים בטבלה, הם:

$$1. \quad u_1 = -2, \quad u_2 = 1, \quad v_1 = 4, \quad v_2 = 9, \quad v_3 = 7, \quad v_4 = 1$$

$$2. \quad u_1 = 4, \quad u_2 = 7, \quad v_1 = -2, \quad v_2 = 3, \quad v_3 = 7, \quad v_4 = 1$$

$$3. \quad u_1 = -2, \quad u_2 = 1, \quad v_1 = -2, \quad v_2 = 3, \quad v_3 = 3, \quad v_4 = 0$$

$$4. \quad u_1 = 4, \quad u_2 = 7, \quad v_1 = 6, \quad v_2 = 9, \quad v_3 = 3, \quad v_4 = 1$$

ג. בטבלה שלפניך נתונים ערכיהם של u_i ו- v_j שחושבו עבור פתרון בסיסי אפשרי של בעיית תובלה, וכן נתון כי $x_{12} = 23$.

מקורות	יעדים				היצע	u_i
	1	2	3	4		
1	2	8	5	6	90	3
		23				
2	4	10	8	2	25	5
3	5	3	7	1	5	-2
ביקוש	28	23	50	19		
v_j	-1	5	2	3		

הפתרון הבסיסי המתאים הוא:

$$1. \quad x_{11} = 28, \quad x_{12} = 23, \quad x_{13} = 39, \quad x_{23} = 11, \quad x_{24} = 14, \quad x_{34} = 5$$

$$2. \quad x_{11} = 3, \quad x_{12} = 23, \quad x_{13} = 50, \quad x_{14} = 14, \quad x_{21} = 25, \quad x_{34} = 5$$

$$3. \quad x_{11} = 8, \quad x_{12} = 23, \quad x_{13} = 50, \quad x_{14} = 9, \quad x_{23} = 20, \quad x_{34} = 5$$

$$4. \quad x_{11} = 10, \quad x_{12} = 23, \quad x_{13} = 39, \quad x_{14} = 14, \quad x_{23} = 20, \quad x_{34} = 5$$

ד. בטבלה שלפניך נתון פתרון לבעיית תובלה:

מקורות	יעדים				היצע
	1	2	3	4	
1	2	8	5	6	40
	30	10			
2	4	10	8	2	40
			30	10	
3	5	3	7	1	40
		20		20	
ביקוש	30	30	30	30	

קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. הפתרון הנתון אינו פתרון אפשרי
2. הפתרון הנתון הוא פתרון אפשרי אך לא בסיסי
3. הפתרון הנתון הוא פתרון בסיסי אפשרי אך לא אופטימלי
4. הפתרון הנתון הוא פתרון בסיסי אופטימלי

ה. בטבלה שלפניך נתון פתרון לבעיית תובלה:

מקורות	יעדים				היצע
	1	2	3	4	
1	2 30	8 10	5	6	40
2	4	10 20	8 10	2 10	40
3	5	3	7 20	1 20	40
ביקוש	30	30	30	30	

קבע איזה מבין ההיגדים הבאים הוא ההיגד הנכון:

1. הפתרון הנתון אינו פתרון אפשרי
2. הפתרון הנתון הוא פתרון בסיסי אפשרי אך לא אופטימלי
3. הפתרון הנתון הוא פתרון אפשרי אך לא בסיסי
4. הפתרון הנתון הוא פתרון בסיסי אופטימלי

1. בטבלה שלפניך מתוארת בעיית השמה (בעיית מינימיזציה):

מפעלים	לקוחות			
	V	W	X	Y
A	4	7	4	5
B	2	3	3	8
C	4	5	9	3
D	9	7	3	2

מה יהיה פתרון אופטימלי לבעיה הנתונה?

1. המפעל A מספק פריטים ללקוח X, המפעל B מספק פריטים ללקוח W, המפעל C מספק פריטים ללקוח V, המפעל D מספק פריטים ללקוח Y, והפתרון הזה הוא יחיד
2. המפעל A מספק פריטים ללקוח X, המפעל B מספק פריטים ללקוח W, המפעל C מספק פריטים ללקוח V, המפעל D מספק פריטים ללקוח Y והפתרון הזה לא יחיד
3. המפעל A מספק פריטים ללקוח V, המפעל B מספק פריטים ללקוח W, המפעל C מספק פריטים ללקוח Y, המפעל D מספק פריטים ללקוח X והפתרון הזה הוא יחיד
4. ערכו של פתרון אופטימלי עבור הבעיה הנתונה קטן מ-13

2. בטבלה שלפניך מתוארת בעיית השמה (בעיית מקסימיזציה):

מפעלים	לקוחות			
	V	W	X	Y
A	4	7	4	5
B	2	3	10	8
C	4	5	9	3
D	9	7	3	12

מה יהיה פתרון אופטימלי לבעיה הנתונה?

1. המפעל A מספק פריטים ללקוח V, המפעל B מספק פריטים ללקוח Y, המפעל C מספק פריטים ללקוח X, המפעל D מספק פריטים ללקוח W והפתרון הזה הוא יחיד
2. המפעל A מספק פריטים ללקוח W, המפעל B מספק פריטים ללקוח Y, המפעל C מספק פריטים ללקוח X, המפעל D מספק פריטים ללקוח V והפתרון הזה **לא** יחיד
3. המפעל A מספק פריטים ללקוח W, המפעל B מספק פריטים ללקוח X, המפעל C מספק פריטים ללקוח Y, המפעל D מספק פריטים ללקוח V והפתרון הזה הוא יחיד
4. המפעל A מספק פריטים ללקוח W, המפעל B מספק פריטים ללקוח V, המפעל C מספק פריטים ללקוח X, המפעל D מספק פריטים ללקוח Y והפתרון הזה הוא יחיד

שאלה 8

בשאלה זו **שבעה** סעיפים, א'-ז'. ענה על **כל** הסעיפים.

לפניך בעיה פרימלית של תכנון לינארי:

$$\text{Max}\{Z = 20x_1 + 12x_2\}$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$2x_1 \leq 8$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 14$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2$$

הבעיה הנתונה שקולה לבעיה שלהלן:

$$\text{Max}\{Z = 20x_1 + 12x_2\}$$

S.t.

$$2x_1 + s_1 = 8$$

$$2x_1 + 4x_2 + s_2 = 14$$

$$x_1 + 4x_2 + s_3 = 12$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2$$

$$s_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3$$

לאחר כמה איטרציות של האלגוריתם סימפלקס, מתקבלת הטבלה ה**סופית** שלהלן:

		Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	b
	Z	1	e	f	7	3	0	a
1	x_1	0	g	0	0.5	0	0	4
2	x_2	0	0	h	-0.25	0.25	0	c
3	s_3	0	0	0	0.5	-1	1	d

א. ערכם של c ו- d בפתרון האופטימלי הפרימלי הוא:

1. $c=1.5$, $d=2$

2. $c=3.5$, $d=0$

3. $c=1.5$, $d=0$

4. $c=3.5$, $d=2$

ב. ערכו של a הוא:

1. 32

2. 98

3. 122

4. 176

ג. מה יהיה הפתרון האופטימלי הדואלי, כאשר y_i הוא המשתנה הדואלי המתאים לאילוץ הפרימלי i , עבור $i = 1, 2, 3$?

1. $y_1 = 0.5$, $y_2 = 0$, $y_3 = 0$

2. $y_1 = 7$, $y_2 = 3$, $y_3 = 0$

3. $y_1 = 0$, $y_2 = 0$, $y_3 = 0$

4. $y_1 = 0.5$, $y_2 = -1$, $y_3 = 1$

ד. קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. $e = 1, f = 1$ בהכרח

2. $e = -20, f = -12$

3. $e = 0, f = 0$

4. $e = 1, f = 0$

ה. קבע איזה מבין ההיגדים שלפניך הוא ההיגד הנכון:

1. $g = 1, h = 0$

2. $g = 0, h = 0$

3. $g = 1, h = 1$

4. $g = 2, h = 4$

ו. בבעיה הפרימלית המקורית הוסיפו משתנה חדש x_{new} , והתקבלה הבעיה הזו:

$$\max \{ Z = 20x_1 + 12x_2 + 18x_{\text{new}} \}$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$2x_1 + 2x_{\text{new}} \leq 8$$

$$2x_1 + 4x_2 + 4x_{\text{new}} \leq 14$$

$$x_1 + 4x_2 + 3x_{\text{new}} \leq 12$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_{\text{new}} \geq 0$$

איזו מבין הטענות הבאות היא הטענה הנכונה עבור הבעיה שהתקבלה?

1. יש צורך להפעיל מחדש את האלגוריתם סימפלקס על הבעיה שהתקבלה כדי למצוא בעבורה פתרון אופטימלי

2. אין צורך להפעיל מחדש את האלגוריתם סימפלקס על הבעיה שהתקבלה, ופתרון אופטימלי שלה יהיה: $x_1 = 0, x_2 = 0.5, x_{\text{new}} = 4$

3. לבעיה החדשה שהתקבלה אין פתרון

4. אין צורך להפעיל מחדש את האלגוריתם סימפלקס על הבעיה שהתקבלה, ופתרון אופטימלי שלה יהיה: $x_1 = 4, x_2 = 1.5, x_{\text{new}} = 0$

ז. חל שינוי באגף הימני של האילוך השלישי בבעיה הפרימלית המקורית. האגף הימני החדש, לאחר השינוי, הוא 10 (במקום 12). כתוצאה מכך האילוך החדש יהיה: $x_1 + 4x_2 \leq 10$.

קבע איזה מבין ההיגדים הבאים יהיה ההיגד הנכון בעקבות השינוי:

1. הפתרון האופטימלי של הבעיה הפרימלית המקורית הופך לבלתי אפשרי
2. הפתרון האופטימלי של הבעיה הפרימלית המקורית נשאר אפשרי אך לא אופטימלי
3. האילוך השלישי הופך לאילוך שמתקיים באי־שוויון חזק
4. הפתרון האופטימלי של הבעיה הפרימלית המקורית נשאר אפשרי ואופטימלי

בהצלחה!

הדבק את מדבקת הנבחן שלך במקום המיועד לכך, והדק את הדף הזה למחברת הבחינה שלך.

הקף בעיגול את הספרה המייצגת את התשובה הנכונה לכל סעיף.

שאלה 1					שאלה 2					שאלה 3					שאלה 4				
סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4
סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4
סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4
סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4
סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4
שאלה 5					שאלה 6					שאלה 7					שאלה 8				
סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4
סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4
סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4
סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4
סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4
סעיף ו	1	2	3	4	סעיף ו	1	2	3	4	סעיף ו	1	2	3	4	סעיף ו	1	2	3	4
סעיף ז	1	2	3	4	סעיף ז	1	2	3	4	סעיף ז	1	2	3	4	סעיף ז	1	2	3	4

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
חלק א' - אלגברה לינארית			
infinite number of solutions	бесконечное число решений	عدد غير نهائي من الحلول	אינסוף פתרונות
base	основание, базис	أساس	בסיס
dual	Двойственность	مُزدَوِّج	דואלי
determinant	Определитель, детерминант	المُحدِّدات	דטרמיננטה
rank	Степень, ранг	درجة	דרגה
vector	Вектор	مُتَّجِه	וקטור
one-one correspondence	Инъекция, одно-однозначное отображение	ذات قيمة واحدة	חד-חד ערכית
transformation	отображение	تحوّل	טרנספורמציה
matrix	матрица	مصفوفة	מטריצה
inverse matrix	обратная матрица	مصفوفة معكوسة	מטריצה הופכית
invertible matrix	Невырожденная матрица	مصفوفة يمكن عكسها	מטריצה הפיכה
dimension	Размерность	بُعد	ממד
system of equations	Система уравнений	هيئة مُعَادَلَات	מערכת משוואות
homogeneous system of equations	однородная система уравнений	هيئة مُعَادَلَات متجانسة	מערכת משוואות הומוגנית
coefficients	коэффициенты	مُعَامِلَات	מקדמים
space	пространство	بُعد	מרחב
slack variable	дополнительная переменная	مُتَغَيِّر خامل	משתנה סרק

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
scalar	скаляр	عدديّ	סקלר
onto	Сюръекция	عُلْيَا	על
eigenvalue	собственное число	قيمة ذاتيّة	ערך עצמי
חלק ב' - תכנון לינארי			
constraint	ограничение, неравенство	إجبار	אילוץ
demand	спрос	الطلب	ביקוש
transportation problem	Транспортная задача	مشكلة النقل	בעיית תובלה
supply	Предложение	العرض	היצע
simplex tableau	симплекс-таблица	جدول بسيط	טבלת סימפלקס
dummy target	"свалка" — дополнительный пункт, куда свозят все лишнее производство	هدف وهميّ	יעד דמה
free variable	неограниченный по знаку	مُتَغَيِّر حرّ (متغيّر غير مُرمّز)	לא מוגבל בסימן
dummy source	дополнительный (искусственный) производитель	مصدر وهميّ	מקור דמה
basic variable	базисная переменная	مُتَغَيِّر أساسيّ	משתנה בסיסי
cost	стоимость	تكلفة	עלות
objective function	целевая функция	وظيفة هادفة	פונקציית מטרה
northwestern corner method	Метод северо-западного угла	طريقة الركن الشماليّ الغربيّ	שיטת הפינה הצפון-מערבית
primal problem	Прямая задача	مشكلة بدائيّة	בעיה פרימלית

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
parameter	Параметр	بارامטר	פרמטר
optimal solution	оптимальное решение	الحلّ الأمثل	פתרון אופטימלי
bounded solution	ограниченное решение	حلّ مسدود	פתרון חסום
unique solution	единственное решение	حلّ وحيد	פתרון יחיד
vertex	вершина	رأس	קדקוד
linear combination	линейная комбинация	مزيج خطّي	קומבינציה לינארית
feasible solutions set	область допустимых решений	مجال الحلول الممكنة	תחום הפתרונות האפשריים
linear programming	Линейное программирование	البرمجة الخطيّة	תכנון לינארי
linear dependence	линейная зависимость	الاعتماد الخطّي	תלות לינארית