

Государство Израиль
Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: зима 2017 года

Номер вопросника: 035581

Приложение: листы с формулами
для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: חורף תשע"ז, 2017

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

מתמטיקה

По программе реформы "значимое обучение" על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית
первый вопросник – 5 единиц обучения שאלון ראשון מ-5 יחידות לימוד

Указания экзаменуемым

הוראות לנבחן

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

В этом вопроснике три раздела.

בשאלון זה שלושה פרקים.

Раздел первый: алгебра и теория

פרק ראשון – אלגברה והסתברות –

вероятности — (2×20) — 40 баллов

20 × 2 — 40 נקודות

Раздел второй: геометрия и тригонометрия

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה

на плоскости — (1×20) — 20 баллов

במישור — 20×1 — 20 נקודות

Раздел второй: дифференциальное и интегральное

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי

исчисление — (2×20) — 40 баллов

ואינטגרלי — 20×2 — 40 נקודות

Всего — 100 баллов

סה"כ — 100 נקודות

в. Разрешенный вспомогательный материал:

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. Листы с формулами (прилагаются).

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. Словарь по выбору экзаменующегося.

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

г. Особые указания:

ד. הוראות מיוחדות:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.

1. אל תעתיק את השאלה;

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

2. סמן את מספרה בלבד.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь или листы, полученные от экзаменаторов. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמנשיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности (40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Две трубы А и Б подают воду в бассейн с постоянной скоростью. Если открыта только труба А, то пустой бассейн будет полностью наполнен через m часов.
Если открыта только труба Б, то пустой бассейн будет полностью наполнен через $2m$ часов.
Когда открыты обе трубы вместе, пустой бассейн полностью наполняется более чем за 4 часа.
В определенный день бассейн был пуст. Открыли только трубу А на два часа. Затем открыли также трубу Б, и обе трубы были открыты одновременно в течение еще двух часов. По окончании этих двух дополнительных часов более чем $\frac{1}{2}$ бассейна наполнилась водой.
(а) Найдите возможный интервал значений m .
(б) В другой день $\frac{1}{2}$ бассейна была наполнена водой. Открыли обе трубы, однако вследствие технической неполадки труба Б выкачивала воду из бассейна, а не наполняла его водой. Обе трубы были открыты вместе в течение одного часа, в течение которого труба А наполняла бассейн водой, а труба Б выкачивала воду. По окончании этого часа неполадка была устранена, и обе трубы начали вместе подавать воду в бассейн. Еще через два с половиной часа бассейн полностью наполнился водой.
Дано, что скорость, с которой труба Б выкачивала воду из бассейна, равна скорости, с которой она наполняла его водой.
Найдите m .

/продолжение на странице 3/

2. Последовательность a_n задана при помощи рекуррентного правила:

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{4 \cdot a_n + 3}, \quad a_1 = -1.$$

Зададим новую последовательность b_n : $b_n = \frac{1}{a_n} + 2$

(κ) Докажите, что b_n является геометрической прогрессией.

(ב) Выразите при помощи n сумму: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$

(ג) Дано: n – четное число.

Выразите при помощи n сумму $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$.

3. Авигайль участвует в игре – метание стрел в цель.

Вероятность того, что она попадет в цель с единственной попытки, составляет P ($P > 0$) и не зависит от предыдущих попыток.

Каждый участник бросает стрелы 5 раз подряд.

Вероятность того, что Авигайль попадет в цель четыре раза из пяти, в 3 раза больше вероятности ее попадания в цель все пять раз.

(κ) Найдите P .

Участник побеждает в игре, если из 5 бросков подряд число его попаданий в цель будет больше, чем число промахов. В игре может быть больше одного победителя.

(ב) Какова вероятность того, что Авигайль победит в игре?

(ג) (1) Если Авигайль промахнулась при втором броске, какова вероятность того, что она победит в игре?

(2) Тамар также участвуют в игре, и вероятность того, что она попадет в цель с единственной попытки, также равна P и не зависит от предыдущих попыток. Тамар промахнулась при первом броске.

Какова вероятность того, что она победит в игре?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

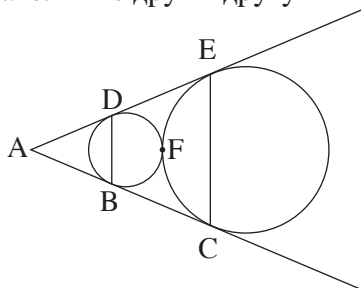
Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ из ответов в вашей тетради.

4. Даны две окружности различного радиуса, касательные друг к другу извне в точке F .

AC – касательная к обеим окружностям в точках B и C .

AE – касательная к обеим окружностям в точках D и E , как показано на чертеже.



(κ) Докажите, что четырехугольник $BDEC$ является равнобедренной трапецией.

(τ) Общая к обеим окружностям касательная в точке F пересекает боковые стороны трапеции BC и DE в точках G и H соответственно. Докажите: GH – средняя линия трапеции.

(λ) Обозначим через R радиус большей окружности и через r – радиус меньшей окружности. Докажите, что $R \cdot BD = r \cdot CE$.

5. Дана трапеция $ABCD$ ($BC \parallel AD$), вписанная в полуокружность с центром O и радиусом R , таким образом что AD – диаметр полуокружности.

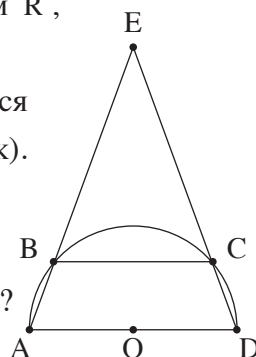
Продолжения боковых сторон AB и DC пересекаются за пределами окружности в точке E (смотрите чертеж).

Дано: $\angle EAD = \alpha$.

(κ) Выразите длину отрезка BC с помощью R и α .

(τ) Какова область всех возможных значений угла α ?

Обоснуйте свой ответ.



(λ) Дано, что площадь треугольника AED в 9 раз больше площади треугольника COD .

Каково отношение радиуса окружности, описанной вокруг треугольника AED , к R ?

/продолжение на странице 5/

**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление
полиномов, функций, содержащих знаки корня, рациональных функций
и тригонометрических функций (40 баллов)**

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = \frac{ax^2 + 4x}{x^2 + 3x + b}$.

a и b – параметры.

Дано: $x = 1$, $y = 1$ – асимптоты данной функции.

(к) Найдите a и b .

(г) (1) Найдите область определения данной функции.

(2) Найдите точки пересечения графика данной функции с осями координат (если таковые существуют).

(3) Есть ли у данной функции дополнительные асимптоты, перпендикулярные осям координат (за исключением $x = 1$, $y = 1$)? Обясните.

(4) Найдите области возрастания и убывания данной функции (если таковые существуют).

(д) Начертите схематический график данной функции.

(т) Для каких значений x выполняется $|f(x)| = -f(x)$? Обоснуйте свой ответ.

(п) Определим $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$.

Покажите, что площадь фигуры, заключенной между осью x , графиком функции $g(x)$ и прямой $x = 0.5$, равна $\frac{1}{3}$. Обоснуйте свой ответ.

7. Дана функция: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, a – параметр.

Ответьте на вопросы пунктов (к)-(и) для $a > 0$.

При необходимости выразите свои ответы при помощи a :

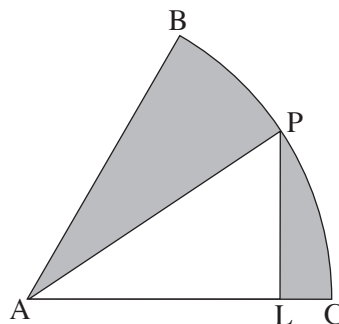
- (к) Найдите область определения данной функции.
- (л) Найдите асимптоты данной функции, перпендикулярные осям координат.
- (м) Найдите области возрастания и убывания данной функции (если таковые существуют).
- (н) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (п) (1) Напишите асимптоты функции производной $f'(x)$, перпендикулярные осям координат.
(2) Начертите схематический график функции производной $f'(x)$.
- (и) Найдите значение выражения: $\int_{2a}^{3a} f(x) dx + \int_{-3a}^{-2a} f(x) dx$.

Ответьте на вопрос пункта (т) для $a = 0$.

- (т) (1) Найдите область определения $f(x)$.
(2) Начертите схематический график функции $f(x)$.

8. Дан сектор круга BAC , являющийся $\frac{1}{6}$ круга с радиусом R и центром A .

Из некоторой точки P , расположенной на дуге BC , опустили перпендикуляр к AC , пересекающий радиус AC в точке L (смотрите чертеж).



Закрашенная фигура на чертеже – это фигура, заключенная между дугой BC , радиусами AB и AP и отрезками LP и LC .

Дано, что минимальная площадь закрашенной фигуры равна $24\pi - 36$.

- (*) (1) Найдите угол PAC , при котором полученная площадь закрашенной фигуры является минимальной.
- (2) Найдите R .
- (б) Какова максимальная площадь треугольника APL ? Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.