

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

$$- 33\frac{1}{3} \times 2 - 66\frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

$$- 33\frac{1}{3} \times 1 - 33\frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

$$- \text{סה"כ} - 100 \text{ נקודות}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

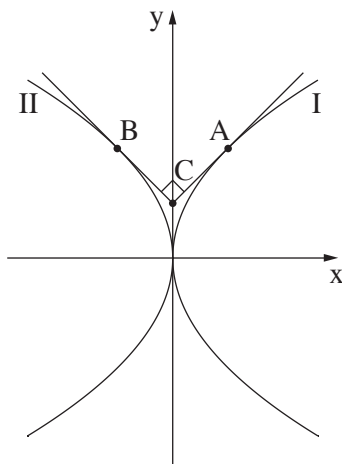
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונות שתי פרבולות:

$$I. \quad y^2 = 4x$$

$$II. \quad y^2 = -4x$$

A היא נקודה על פרבולה I.

B היא נקודה על פרבולה II.

הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה-x.

העבירו לפרבולות I ו-II משיקים

דרך הנקודות A ו-B, בהתאמה, כמתואר בציור.

נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה ונחתכים בנקודה C,

הנמצאת על ציר ה-y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

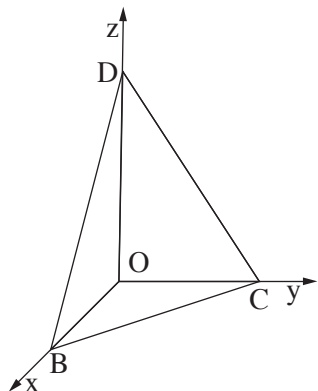
ב. נתון: A, B, C הם שלושה מקדקודיו של ריבוע ACBM.

(1) מצא את שיעורי הקדקוד M.

(2) נתון מעגל שמרכזו M. המעגל משיק לישרים AC ו-BC.

מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.

המשך בעמוד 3



2. נתונה פירמידה משולשת OBCD ,

שבה $OD \perp OC$, $OC \perp OB$, $OB \perp OD$,

כמתואר בציר.

נתון: $OD = 6$, $OC = 4$, $OB = 3$.

הנקודות K ו- P נמצאות על המקצועות OB ו- OD בהתאמה,

כך שמתקיים: $OP : PD = 1 : 1$, $OK : KB = 2 : 1$.

דרך הנקודות K ו- P עובר מישור המקביל למקצוע CD

וחותך את OC בנקודה Q .

א. מצא את היחס בין OQ ל- QC . נמק את תשובתך.

ב. מצא את היחס בין נפח הפירמידה OKPQ לנפח הפירמידה OBCD .

ג. מצא את הזווית בין הישר CB למישור KPQ .

3. z הוא מספר מרוכב. נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$I. \quad z\bar{z} + i(z - \bar{z}) + z + \bar{z} = 0$$

$$II. \quad |z|^2 + i(\bar{z} - z) = 0$$

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

המקומות הגאומטריים הנתונים נחתכים בשתי נקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$

$$(x_1 < x_2)$$

ב. מצא את השיעורים של הנקודות A ו- B .

ג. נתונה הנקודה $P(x_0, y_0)$. הנקודה P נמצאת במרחק שווה מכל הנקודות שעל המקום

הגאומטרי I .

$$\text{נתון: } z_0 = x_0 + y_0 \cdot i$$

הוכח שהמספר הצמוד ל- z_0 נמצא על המקום הגאומטרי II .

ד. נתון: $z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$ הם שיעורי הנקודה A שמצאת בסעיף ב).

נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא $5z_1$ וההפרש הוא z_0 .

מצא את כל ערכי n שעבורם S_n (סכום n האיברים הראשונים בסדרה) הוא מספר ממשי

(אם יש כאלה).

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{ax^2 + bx + 2}$. a ו- b הם פרמטרים.

נתון כי הפונקציה זוגית.

א. מצא את b .

לפונקציה יש בדיוק שתי נקודות פיתול.

ב. הוכח כי $a < 0$.

הפונקציה הנתונה קעורה כלפי מטה $\cap$ בתחום $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ וקעורה כלפי מעלה $\cup$

בתחומים $x > \frac{1}{2}$ ו- $x < -\frac{1}{2}$.

ג. מצא את a .

ד. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ו. נתונה הפונקציה $h(x) = f'(x) \cdot f''(x)$. מהו התחום שבו הפונקציה $h(x)$ חיובית?

◀ המשך בעמוד 5

5. נתונות שתי פונקציות:

$$f(x) = \ln(ae^x - be^{2x}), \quad g(x) = \ln(2 - e^x)$$

נתון: $b > 0, a > 0$.

- א. ידוע שלשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה. הוכח: $a = 2b$.
- ב. ידוע שלשתי הפונקציות יש נקודה משותפת אחת בלבד. נקודה זו היא נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה $f(x)$. חשב את a , את b ואת שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$.
- ג. הוכח כי $g(x)$ יורדת וקעורה כלפי מטה $\cap$ בכל תחום הגדרתה.
- ד. הוכח שההפרש בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הוא פונקציה קווית.
- ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם יש כאלה).
- (2) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של שתי הפונקציות. בסרטוט הדגש את גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!