

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב — $33\frac{1}{3} \times 1 - 33\frac{1}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ופונקציות חזקה — $66\frac{2}{3} - 33\frac{1}{3} \times 2$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
- שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב $(\frac{1}{3} 33$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה המקיימת את הכלל: $a_{n+1} = a_n - 2n + 3$.

מגדירים סדרה חדשה המקיימת: $b_n = a_n + n^2$.

א. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_3 = 2$.

ב. הבע את b_n באמצעות n .

ג. בסדרה b_n יש 31 איברים. חשב את סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים

בסדרה זו.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה, ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).

נתון: גובה הפירמידה, SO, גדול פי 1.25 מן האורך

של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

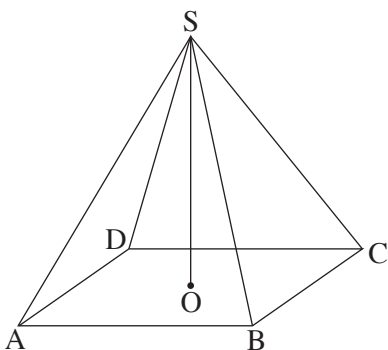
א. נפח הפירמידה הוא 360 סמ"ק.

חשב את האורך של אלכסון הבסיס.

ב. חשב את הזווית שבין מקצוע צדדי

לבין מישור הבסיס של הפירמידה.

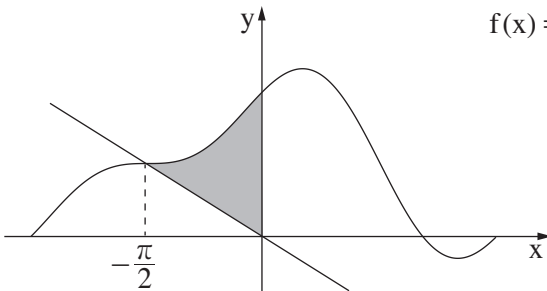
ג. חשב את זווית הבסיס של פאה צדדית של הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + 1$

בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. a הוא פרמטר.

דרך ראשית הצירים מעבירים ישר

שחותך את גרף הפונקציה

בנקודה שבה $x = -\frac{\pi}{2}$. (ראה ציור).

א. השטח האפור שבציור (השטח שנמצא ברביע השני

ומוגבל על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- y), שווה ל- $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

מצא את a .

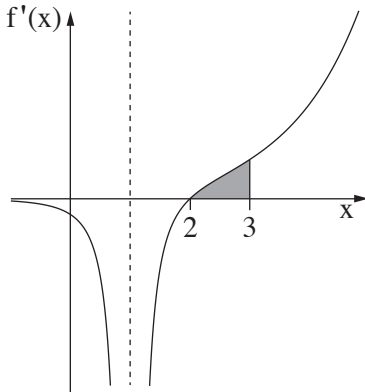
הצב $a = 1$ וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(אפשר להסתמך על הגרף כדי לקבוע את הסוג).

ג. כמה משיקים המקבילים לציר ה- x יש לגרף הפונקציה בתחום הנתון? נמק.

/המשך בעמוד 4/



4. בציר שלפניך מוצג גרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

של הפונקציה $f(x) = \frac{e^{x-2}}{x-c}$. c הוא פרמטר.

היעזר בנתונים מן הציר וענה על הסעיפים א-ד.

א. גזור את הפונקציה $f(x)$ וחשב את c .

הצב $c = 1$ וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x בתחום $2 \leq x \leq 3$ (השטח האפור בציר). תוכל להשאיר e בתשובתך.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. מצא את התחום שבו גם $f(x)$ חיובית וגם $f'(x)$ חיובית.

ו. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגן.

בהצלחה!