

Государство Израиль Министерство просвещения

Тип экзамена:

а. на аттестат зрелости для средних школ

б. на аттестат зрелости для экстернов

Время проведения экзамена: лето 2016 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035806, 316

Приложение: листы с формулами

для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה:

א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים

ב. בגרות לנבחנים אקסטריניים

מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, מועד ב

מספר השאלון: 316, 035806

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – первый вопросник

מ ת מ ט י ק ה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменующимся

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике три раздела.

Раздел первый: алгебра и теория вероятностей —
(2×20) — 40 баллов

Раздел второй: геометрия и тригонометрия на
плоскости — (1×20) — 20 баллов

Раздел третий: дифференциальное и интегральное
исчисление — (2×20) — 40 баллов

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменуемого.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь или листы, полученные от экзаменаторов. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות

— 20×2 — 40 נקודות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה

במישור — 20×1 — 20 נקודות

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

— 20×2 — 40 נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – алгебра и теория вероятности

(40 баллов)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Два техника Галь и Дани работали над сборкой компьютеров. Скорость работы каждого из них была постоянной.
 - (א) В первый день работы оба техника собрали одинаковое число компьютеров. Галь начал работу в 8:00 утра и закончил в 15:00. Дани начал работу после 8:00 и до 9:00 и закончил в 13:00. Известно, что Дани и Галь собрали одинаковое число компьютеров с момента начала работы каждого из них и до 9:00. Через сколько времени после 8:00 Дани начал работу?
 - (ב) Во второй рабочий день Галь и Дани начали работу в одно и то же время и закончили в одно и то же время. В этот день они собрали вместе в общей сложности то же число компьютеров, которое они собрали вместе в первый день работы. Сколько времени техники работали во второй день?

2. Дана арифметическая прогрессия, в которой n членов. Разность данной прогрессии равна 3 .
- (а) Между каждыми двумя последовательными членами данной прогрессии поместили дополнительный член. Образовалась новая арифметическая прогрессия.
- (1) Покажите, что отношение между суммой членов новой прогрессии и суммой членов данной прогрессии равно $\frac{2n-1}{n}$.
- (2) Дано, что соотношение, приведенное в пункте (1) равно 1.9 . Сумма всех членов, которые поместили в данную прогрессию, равна 130.5 . Найдите первый член данной прогрессии.
- (б) Создают еще одну арифметическую прогрессию посредством помещения k членов между каждыми двумя последовательными членами данной прогрессии. Выразите при помощи k разность образовавшейся прогрессии.
3. Шахматы – это игра между двумя игроками, которая может завершиться победой одного из них или ничьей.
- Яэль и Анна играют друг с другом в шахматном турнире, состоящем из двух частей.
- Вероятность каждой из них победить в одной отдельной партии постоянна на протяжении всего турнира.
- (а) В первой части состоялось 4 партии. Вероятность того, что Яэль победит в 2 партиях или в 3 партиях в 10 раз больше, чем вероятность того что Яэль победит в 4 партиях.
- Вычислите вероятность того, что Яэль победит в одной отдельной партии.
- Во второй части состоялось 2 партии.
- Вероятность того, что результатом второй части будет ничья, равна 0.34.
- (б) Какова вероятность того, что Анна победит в одной отдельной партии?
- (в) Вычислите вероятность того, что Анна победит во второй партии, если известно, что результатом этой части была ничья.

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости (20 баллов)

Ответьте на один из вопросов 4-5.

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый ответ в вашей тетради.

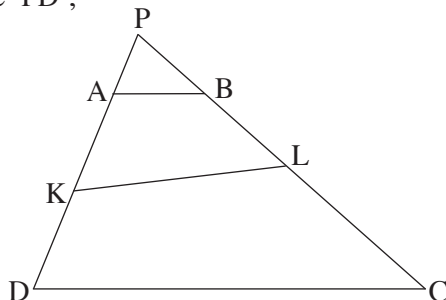
4. Дан треугольник PDC .

Точки B и L расположены на стороне PC .

Точки A и K расположены на стороне PD ,
 как показано на чертеже.

Дано, что четырехугольник $ABLK$
 может быть вписан в окружность,
 а также что четырехугольник $KLCD$
 может быть вписан в окружность.

(х) Докажите: $AB \parallel DC$.



Дано: $PA = 3$ см, $PB = 4$ см,

площадь треугольника ABP равна S кв.см,

площадь четырехугольника $ABCD$ равна $24S$ кв. см.

(д) Можно ли вписать в окружность четырехугольник $ABCD$?

Обоснуйте свой ответ.

(з) Найдите длину стороны PD .

(т) Также дано $BL = 5$ см.

Используйте подобие треугольников и выразите при помощи S
 площадь четырехугольника $KLCD$.

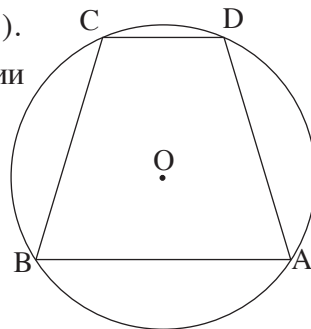
5. В окружность вписана трапеция $ABCD$ ($AB \parallel DC$).

Центр окружности O находится внутри трапеции
 (смотрите чертеж).

Радиус данной окружности – R ,

а высота данной трапеции – h .

Дано: $\angle COD = \alpha$, $\angle BOA = 3\alpha$.



(х) Выразите $\angle DAB$ при помощи α .

(д) Выразите длину боковой стороны трапеции при помощи α и R .

(з) Выразите длину боковой стороны трапеции при помощи α и h .

(т) Дано, что площадь треугольника COD равна $\frac{h^2}{12 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$. Найдите α .

/продолжение на странице 4/

**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление
полиномов, функций, содержащих корни, рациональных функций
и тригонометрических функций (40 баллов)**

Ответьте на два из вопросов 6-8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

6. Дана функция $f(x) = \frac{2\cos^2 x - 1}{2\cos^2 x}$.

(א) В области $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$:

- (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярные оси x (если таковые существуют).
- (3) Найдите точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x (если таковые существуют).
- (4) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ (если таковые существуют) и определите их тип.

(ב) В области $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$:

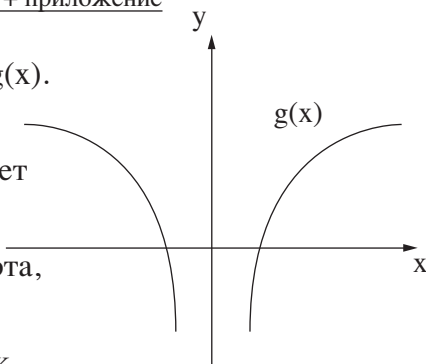
- (1) Покажите, что функция $f(x)$ является четной.
- (2) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(ג) Найдите площадь фигуры в первом квадранте, заключенной между графиком функции $f(x)$, осью x и осью y .

7. На чертеже изображён график функции $g(x)$.

Функции $g(x)$, $g'(x)$, $g''(x)$ определены для любого x , отличного от 0, и у них нет ни точек экстремума, ни точек перегиба.

Прямая $x = 0$ – это вертикальная асимптота, каждого из графиков этих функций.



(א) (1) Начертите схематический график функции производной $g'(x)$. Объясните свои соображения.

(2) Начертите схематический график функции второй производной $g''(x)$. Объясните свои соображения.

Дано, что площадь фигуры, заключенной между графиком функции второй производной $g''(x)$, осью x и прямыми $x = 1$ и $x = 2$, равна 5.25.

(ב) Прямая $x = 1$ пересекает график функции производной $g'(x)$ в точке А, а прямая $x = 2$ пересекает этот график в точке В.

Найдите разность между координатой y точки А и координатой y точки В. Обоснуйте свой ответ.

(ג) Выражение $y = \frac{a}{x^3}$ описывает одну из функций $g(x)$, $g'(x)$, $g''(x)$. a – параметр, больший 0.

(1) Определите, какую из функций описывает данное выражение. Обоснуйте свой ответ.

(2) Найдите значение a .

8. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle ABC = 90^\circ$) длина гипотенузы равна k см (k – параметр). Катет AB также является гипотенузой прямоугольного равнобедренного треугольника ADB ($\angle ADB = 90^\circ$).

(א) Обозначьте $AB = x$ и выразите BC с помощью x и k .

(ב) Дано, что максимальное значение произведения $BC \cdot AD^2$ равно $3\sqrt{3}$. Найдите площадь треугольника ADB (численное значение) при условии, что $BC \cdot AD^2$ максимально.

Желаем успеха!

בהצלחה!