

**Государство Израиль
Министерство просвещения**

Тип экзамена:

на аттестат зрелости для средних школ

Время проведения экзамена: лето 2016 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035582

Приложение: листы с формулами
для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה:

בגרות לבתי ספר על-יסודיים

מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, מועד ב

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

**Математика
по программе реформы
“значимое обучение”**

второй вопросник – 5 единиц обучения

**מתמטיקה
על פי תכנית הרפורמה
ללמידה משמעותית
שאלון שני מ-5 יחידות לימוד**

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела.

Раздел первый: аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа

— $(2 \times 33\frac{1}{3})$ — $66\frac{2}{3}$ балла

Раздел второй: рост и затухание, показательные и логарифмические функции

— $(1 \times 33\frac{1}{3})$ — $33\frac{1}{3}$ балла

Всего — 100 баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Словарь по выбору экзаменуемого.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.
3. Для черновых записей следует использовать только экзаменационную тетрадь или листы, полученные от экзаменаторов. Пользование другими черновиками может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון: גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים —

$33\frac{1}{3} \times 2 = 66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני: גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1 = 33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון

הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי

או באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה;

סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. הסבר את כל פעולותיך,

כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה

ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום

לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה

או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום

לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробным и ясным образом. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа ($66\frac{2}{3}$ балла)

Ответьте на два из вопросов 1-3 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Дана парабола, уравнение которой $y^2 = 2px$.

Две прямые, касательные к данной параболе в точках К и L, пересекаются в точке А, которая является точкой пересечения директрисы параболы с осью x .

(а) (1) Покажите, что координата x точки К равна координате x точки L.

(2) Покажите, что данные касательные перпендикулярны друг другу.

Дана окружность, центр М которой находится на оси x .

Касательные к данной параболе в точках К и L являются также касательными к данной окружности в тех же точках.

Подставьте $p = 2$ и ответьте на вопросы пунктов (б), (г).

(б) Найдите уравнение окружности с центром М.

(г) Найдите уравнение окружности, вписанной в четырехугольник AKML.

2. Дана окружность, расположенная в плоскости π , с центром в точке начала координат $O(0, 0, 0)$.

Прямая $\ell_1: \underline{x} = (2, 2, 0) + t(1, 2, 1)$ расположена в плоскости π и является касательной к данной окружности в точке B .

(а) Найдите координаты точки B .

(б) Прямая $\ell_2: \underline{x} = (0, 1, 1) + s(2, -1, 1)$ пересекает плоскость π в точке A .

(1) Покажите, что точка A находится на данной окружности.

(2) Найдите площадь треугольника AOB .

3. (а) Дано комплексное число $z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$.

(1) Найдите $|z|$ и аргумент (угол) z .

(2) Найдите значения n (n – натуральное число), для которого z^n является чисто мнимым числом.

Примечание: пункты (а) и (б) не связаны между собой.

(б) Дано геометрическое место $|(z + \bar{z}) - m(z - \bar{z})| = 40$,

m – действительное число, большее 1.

(1) Идентифицируйте данное геометрическое место.

(2) Точка, которой соответствует число $12 + 8i$ располагается на данном геометрическом месте.

Найдите координаты точек пересечения данного геометрического места с осями координат.

Раздел второй – рост и затухание,

показательные и логарифмические функции (33 $\frac{1}{3}$ балла)

Ответьте на один из вопросов 4-5 .

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый из ответов в вашей тетради.

4. Дана функция $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x - 3$, определенная для любого x .

- (н) (1) Найдите координаты точек пересечения графика данной функции с осями координат.
- (2) Найдите горизонтальную асимптоту к графику данной функции.
- (3) Найдите координаты точек экстремума данной функции (если таковые существуют) и определите их тип.
- (4) Начертите схематический график данной функции.
- (н) Найдите площадь фигуры, расположенной справа от оси y и заключенной между графиком данной функции, осью y и данной горизонтальной асимптотой. В своем ответе вы можете оставить $\ln$.
- (ג) Дана функция $g(x) = f(x) + 4$.
- Площадь фигуры, которую вы нашли при ответе на вопрос пункта (н) , равна площади фигуры, расположенной справа от оси y , заключенной между графиком функции $g(x)$, осью y и прямой $y = k$. Каково значение k ? Обоснуйте свой ответ.

5. На чертеже изображен график функции $f(x)$.

Дано, что функции $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ определены для любого x .

У графика функции $f(x)$ есть

единственная горизонтальная
 асимптота, уравнение которой

$y = 1.5e$, как показано на чертеже.

Точками экстремума функции $f(x)$

являются $A(4, 3e)$, $B(1, -1.5e)$.

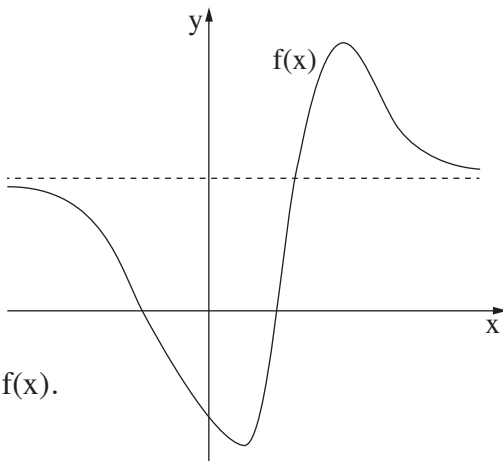
Точки $C(-2, 0)$, $D(2, 0)$, $E(5, 2e)$

расположены на графике функции $f(x)$.

График функции $f(x)$ является

вогнутым вниз $\cap$ в области $x < -2$ и в области $2 < x < 5$

и вогнутым вверх $\cup$ в области $x > 5$ и в области $-2 < x < 2$.



(н) Найдите координаты x точек экстремума функции производной $f'(x)$ и определите их тип. Обоснуйте свой ответ.

(ג) Для функции $g(x)$ выполняется условие $g(x) = \ln[f(x)]$.

(1) Найдите область определения функции $g(x)$.

(2) Найдите асимптоты функции $g(x)$, перпендикулярные оси x .

(3) Найдите координаты точек экстремума функции $g(x)$ (если таковые существуют) и определите их тип.

(4) У функции $g(x)$ есть единственная горизонтальная асимптота, уравнение которой $y = \ln(1.5e)$.

Начертите схематический график функции $g(x)$.

Желаем успеха!

בהצלחה!